

## Brug af didaktisk teori i læreres udvikling af modelleringsprojekter i matematik

Blomhøj, Morten; Kjeldsen, Tinne Hoff

*Published in:*  
MONA - Matematik- og Naturfagsdidaktik

*Publication date:*  
2014

*Document Version*  
Også kaldet Forlagets PDF

*Citation for published version (APA):*  
Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. H. (2014). Brug af didaktisk teori i læreres udvikling af modelleringsprojekter i matematik. *MONA - Matematik- og Naturfagsdidaktik*, 2014(2).

### General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain.
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact [rucforsk@kb.dk](mailto:rucforsk@kb.dk) providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

# MONIA

Matematik- og Naturfagsdidaktik  
– tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere



SYDDANSK UNIVERSITET



DET NATUR-OG BIOVIDENSKABELIGE FAKULTET  
KØBENHAVNS UNIVERSITET

2014-2

# MONA

## **Matematik- og Naturfagsdidaktik – tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere**

MONA udgives af Det Natur- og Biovidenskabelige Fakultet ved Københavns Universitet, i samarbejde med Danmarks Tekniske Universitet, Det naturvidenskabelige område ved Roskilde Universitet, Det Sundhedsvidenskabelige Fakultet ved Københavns Universitet, Det Tekniske Fakultet og Det Naturvidenskabelige Fakultet ved Syddansk Universitet, Det Teknisk-Naturvidenskabelige Fakultet på Aalborg Universitet og Hovedområdet Science & Technology ved Aarhus Universitet.

### **Redaktion**

Jens Dolin, institutleder, Institut for Naturfagernes Didaktik (IND), Københavns Universitet (ansvarshavende)

Ole Goldbech, lektor, Professionshøjskolen UCC

Sebastian Horst, institutadministrator, IND, Københavns Universitet

Kjeld Bagger Laursen, redaktionssekretær, IND, Københavns Universitet

### **Redaktionskomité**

Jan Sølberg, lektor, Institut for Naturfagernes Didaktik, Københavns Universitet

Keld Nielsen, lektor, Center for Science Education, Aarhus Universitet

Lars Bang Jensen, ph.d. studerende, Institut for Læring og Filosofi, Aalborg Universitet

Martin Niss, lektor, Institut for Natur, Systemer og Modeller, Roskilde Universitet

Morten Rask Petersen, postdoc, Center for Naturvidenskabernes og Matematikkens Didaktik, Syddansk Universitet

Rie Popp Troelsen, lektor, Institut for Kulturvidenskaber, Syddansk Universitet

Steffen Elmose, lektor, Læreruddannelsen i Aalborg, University College Nordjylland

Tinne Hoff Kjeldsen, lektor, Institut for Naturfagernes Didaktik, Københavns Universitet

MONA's kritikerpanel, som sammen med redaktionskomitéen varetager vurderingen af indsendte manuskripter, fremgår af [www.science.ku.dk/mona](http://www.science.ku.dk/mona).

### **Manuskripter**

Manuskripter indsendes elektronisk, se [www.science.ku.dk/mona](http://www.science.ku.dk/mona). Medmindre andet aftales med redaktionen, skal der anvendes den artikelskabelon i Word som findes på [www.science.ku.dk/mona](http://www.science.ku.dk/mona). Her findes også forfattervejledning. Artikler i MONA publiceres efter peer-reviewing (dobbel-blindt).

### **Abonnement**

Abonnement kan tegnes via [www.science.ku.dk/mona](http://www.science.ku.dk/mona). Årsabonnement for fire numre koster p.t. 225,00 kr., for studerende 100 kr. Meddelelser vedr. abonnement, adresseændring, mv., se hjemmesiden eller på tlf 70 25 55 13 (kl. 9-16 daglig, dog til 14 fredag) eller på [mona@portoservice.dk](mailto:mona@portoservice.dk).

### **Produktionsplan**

MONA 2014-3 udkommer september 2014. Deadline for indsendelse af artikler hertil: 2. maj 2014.

Deadline for kommentarer, litteraturanmeldelser og nyheder hertil: 27. juni 2014

MONA 2014-4 udkommer december 2014. Deadline for indsendelse af artikler hertil: 18. august

2014. Deadline for kommentarer, litteraturanmeldelser og nyheder hertil: 4. oktober 2014

Omslagsgrafik: Lars Allan Haugaard/PitneyBowes Management Services-DPU

Layout og tryk: Narayana Press

ISSN: 1604-8628. © MONA 2014. Citat kun med tydelig kildeangivelse.

# Indhold

4	Fra redaktionen
6	<b>Artikler</b>
7	Naturfagsmaraton: et (interesseskabende?) forløb i natur/teknik <i>Niels Bonderup Dohn</i>
22	Clickers – forbedring af traditionelle forelæsninger? <i>Nadia Rahbek Dyrberg</i>
42	Brug af didaktisk teori i læreres udvikling af modelleringsprojekter i matematik <i>Morten Blomhøj og Tinne Hoff Kjeldsen</i>
64	<b>Aktuel analyse</b>
65	Innovation og læring – indtryk fra BIG BANG-konferencen <i>Rikke Kortsen Okholm</i>
74	<b>Kommentarer</b>
75	Det tilstræbte matematikindhold og teknologi – spiller det sammen? <i>Henrik Bang og Claus Larsen</i>
81	Trekantsberegninger, trigonometri og trivialmatematik <i>Carl Winsløw</i>
84	Misopfattelser, delvise forståelser eller diskursive vanskeligheder? FCI-testen og divergerende teorier om forståelse af mekanisk fysik <i>Michael May</i>
91	Konseptuelt forståelse av klassisk fysikk <i>Carl Angell</i>
95	Talentudvikling – måske er det specialundervisning? <i>Nynne Afzelius</i>
99	<b>Litteratur</b>
100	Besøg et mæghovedet uhyre: Matematikkens videnskabsteori <i>Mogens Niss</i>

# Fra redaktionen

Sommerferien nærmer sig. Og efter den kommer et nyt undervisningsår – og et vældig spændende et, specielt i folkeskolesektoren. Den store reform skal føres ud i livet! Der bliver tale om markante ændringer i mange facetter af skolelivet, for børnene og deres forældre, for lærerne, for lederne. Meget tyder på at der mange steder skal asfalteres mens der køres, og det bliver ikke alt sammen lige nemt at håndtere her i begyndelsen. Mange er lige nu grebet mere af usikkerhed end de synes om – andre ser frem til forøgede udfoldelsesmuligheder. I et didaktisk perspektiv som MONAs er der meget at se frem til. Hvordan vil det fx gå med udviklingen af samspillet mellem det praktiske, det motoriske og det teoretiske fra matematiks og naturfagenes synsvinkel? Hvordan vil lærerteams rolle udvikle sig når lærerne har nye betingelser for tilstedeværelse på skolen?

På dette års BIG BANG-konference i marts var stemningen omkring naturfagsundervisningen god, men også præget af usikkerhed om hvordan ændringerne i praksis vil finde sted. Det var en fornøjelse som medarrangør at opleve over 750 deltagere der var begejstrede for at udvikle naturfagsundervisning på alle niveauer (find i øvrigt oplæg mv. fra konferencen på [www.bigbangkonferencen.dk](http://www.bigbangkonferencen.dk)). På redaktionen håber vi at det er muligt på lærerværelserne at få en konstruktiv tilgang de muligheder der ligger i ændringerne for undervisning i naturfagene og matematik. Og vi vil gerne opfordre læserne til at skrive til os om de gode såvel som de mindre gode didaktiske erfaringer.

I dette nummer af MONA har vi tre artikler: Den første om Naturfagsmaraton belyser et andet aspekt af emnet interesseskabelse som også var under behandling i sidste nummer (i artiklen “Videnskaben på besøg”). Den anden omhandler indflydelsen af *clickers* på studerendes udbytte af forelæsninger, og den tredje beskriver didaktiske aspekter af efteruddannelsesforløb i modellering for gymnasimatematiklærere.

I *Naturfagsmaraton: et (interesseskabende?) forløb i natur/teknik* undersøger Niels Bonderup Dohn sjetteklasseselevers interesser i forbindelse med deltagelse i et Naturfagsmaraton. Han konstaterer at elevernes interesse navnlig blev påvirket af fire forhold, kort betegnet som “designe/opfinde”, “usystematisk prøven sig frem”, “funktionalitet” og “samarbejde”. Undersøgelsen viser at Naturfagsmaratonopgaver stimulerer elevers interesse, men kun i det omfang eleverne er i stand til at selvregulere deres læringsstrategier.

Artiklen *Clickers – forbedring af traditionelle forelæsninger?* af Nadia Rahbek Dyrberg indeholder resultaterne af hendes undersøgelse af effekten af brugen af *clickers* i forbindelse med fysikforelæsninger på Syddansk Universitet. Både de involverede studerende og undervisere har generelt en positiv holdning til *clickers*, og de oplever et stort læringsudbytte ved diskussioner mellem de studerende som faciliteres af

clickers. Undersøgelsen konstaterer også at aktivitetsniveauet er højt når clickers benyttes. Afslutningsvist gives et bud på hvordan clickers med fordel kan benyttes for optimal udnyttelse af læringspotentialer.

I *Brug af didaktisk teori i læreres udvikling af modelleringsprojekter i matematik* præsenterer Morten Blomhøj og Tinne Hoff Kjeldsen hvad de beskriver som “en skematik der kan udspænde brugen af forskellige repræsentationer af såvel proces- som objektaspekter af matematiske begreber i en modelleringskontekst”. Dette skema indgår som et af adskillige forskningsresultater om hvordan der kan bygges bro mellem didaktisk forskning og udvikling af matematikundervisning. Artiklen har en illustration af skemaets brug som en sådan bro: et modelleringsprojekt om alkohol og hash der blev udviklet og afprøvet af deltagere i et efteruddannelseskursus.

Titlen på den aktuelle analyse, *Innovation og læring – indtryk fra BIG BANG-konferencen*, forfattet af Rikke Cortsen Okholm, er selvforklarende. Forfatteren deltog i sporet *innovation og læring* på den ovenfor nævnte BIG BANG-konference. Dette spor var arrangeret af MONA og handlede om, hvad innovation betyder for fagligheden i de naturvidenskabelige fag og matematik. Forfatteren identificerer nogle temaer forbundet med at integrere innovation i de naturvidenskabelige uddannelser på tværs af uddannelsesniveauer og konstaterer at debatten er præget af spørgsmål om hvad innovation er, og hvorfor vi skal integrere det i uddannelserne. Også den faglige konteksts betydning for tilrettelæggelsen af innovationsforløb i undervisningen, såvel som rammesætningen af innovationsprocesser i undervisning, behandles.

Indholdet af sidste nummer af MONA har adstedkommet adskillige kommentarer. To af dem går på Mortens Misfeldts artikel om brugen af elektroniske hjælpemidler i matematikundervisningen. Den første, *Det tilstræbte matematikindhold og teknologi – spiller det sammen?* af Henrik Bang og Claus Larsen, sætter sagen i et gymnasieperspektiv. Den anden af Carl Winsløw, *Trekantsberegninger, trigonometri og trivialmatematik*, diskuterer hvordan man i skolernes matematikundervisning kan komme ud over risikoen for at faget tømmes for matematisk indhold.

Også artiklen om evalueringsmetoders muligheder for at afdække studerendes konceptuelle forståelse af fysik har fået et par kommentarer, nemlig Michael Mays *Misopfattelser, delvise forståelser eller diskursive vanskeligheder?* som handler om FCI-testen og divergerende teorier om hvad ‘forståelse af mekanisk fysik’ egentlig er, og endvidere et bidrag fra Carl Angell der i *Konseptuell forståelse av klassisk fysikk* slår tilsvarende temaer an. Endelig foreslår Nynne Afzelius i sin kommentar til sidste nummers aktuelle analyse om talentpleje en vinkel på begrebet som tydeligt er antydnet af titlen: *Talentudvikling – måske er det specialundervisning?*

Litteraturafsnittet bringer Mogens Niss’ anmeldelse *Besøg et mangehovedet uhyre* af *Invitation til Matematikkens videnskabsteori* som er en ny bog om det nævnte felt.

# Artikler

I denne sektion bringes artikler der er vurderet i henhold til MONA's reviewprocedure og derefter blevet accepteret til publikation. Artiklerne ligger inden for følgende kategorier:

- Rapportering af forskningsprojekt
- Oversigt over didaktisk problemfelt
- Formidling af udviklingsarbejde
- Oversættelse af udenlandsk artikel
- Uddannelsespolitisk analyse



# Naturfagsmaraton: et (interesseskabende?) forløb i natur/teknik



Niels Bonderup Dohn, *Institut for Uddannelse og Pædagogik, Aarhus Universitet*

**Abstract** Formålet med denne undersøgelse var at undersøge sjetteklasseselevers interesser i forbindelse med deltagelse i et Naturfagsmaraton. Elevernes interesser blev undersøgt vha. et mixed-method design. Interesse blev stimuleret af fire forhold: designe/opfinde, usystematisk prøven sig frem, funktionalitet og samarbejde. Disse forhold rummer forskellige variable såsom nyt, autonomi, social interaktion, selvstimulering og målorientering. Undersøgelsen viser at Naturfagsmaratonopgaver stimulerer elevers interesse, men kun i det omfang eleverne selv er i stand til at selvregulere deres læringsstrategier.

## Introduktion<sup>1</sup>

I de senere år har undersøgelser vist en bekymrende tilbagegang i unges interesse for naturfag (Krapp & Prenzel, 2011; Osborne, 2003). Mange unge – ikke mindst pigerne – oplever naturfagene som irrelevante og uinteressante (Broch & Egelund, 2001). Dette er både bekymrende i forhold til tilstanden af unges naturvidenskabelige almindelse og i forhold til rekruttering af studerende til naturvidenskabelige og tekniske videregående uddannelser med deraf følgende mangel på kvalificeret arbejdskraft (OECD, 2008).

Der er blevet iværksat en lang række tiltag i forsøget på at skabe opmærksomhed og interesse for naturfag. Her kan bl.a. nævnes aktiviteter fra Danish Science Factory (fx Dansk Naturvidenskabsfestival og Masseeksperimentet), Naturvidenskabernes Hus (fx Naturfagsmaraton) samt First Lego League og kommunale science events. Men selv om der er mange science events som har til hensigt at skabe interesse for

<sup>1</sup> Denne artikel formidler på dansk hovedtrækkene fra en undersøgelse som har været publiceret i *International Journal of Science Education* (Niels Bonderup Dohn, 2013).



naturfag, foreligger der tilsyneladende meget få forskningsbaserede undersøgelser af om de faktisk har en effekt.

Denne artikel har fokus på Naturfagsmaraton. Naturfagsmaraton er et undervisningsforløb for 5. og 6. klassetrin i natur/teknik som tilbydes af Naturvidenskabernes Hus. På hjemmesiden <http://nvhus.dk/grundskole1.aspx> kan man læse at Naturvidenskabernes Hus afholder forskellige nationale aktiviteter og lokale events, herunder Naturfagsmaraton, der "skal styrke interessen for naturfag for børn og unge".

Målet med denne artikel er at rapportere fra en undersøgelse af hvordan situationel interesse opstår i et Naturfagsmaraton. Formålet er at generere viden om hvorvidt et tiltag som er etableret med henblik på at skabe opmærksomhed og interesse for naturfag, rent faktisk har en effekt.

### *Interesse som fænomen*

Interesse er et motivationspsykologisk fænomen der beskriver relationen mellem en person og det som har personens interesse. Interesse kan defineres som en positivt ladet kognitiv og affektiv opmærksomhed mod det der opleves som interessant (Rheinberg, 2008).

Interesse er kendetegnet ved tre generelle karakteristika: kognitive, følelsesmæssige og værdirelaterede forhold. Værdirelaterede forhold refererer til hvilken betydning interesseobjektet har for personen. Interesse er karakteriseret ved den tætte relation mellem positive følelser og værdsættelse. Følelsen af lyst, glæde og fornøjelse er typiske emotionelle aspekter ved interessebaserede aktiviteter (Prenzel, Krapp & Schiefele, 1986). Dewey (1913) karakteriserede interesse som en udelt aktivitet, dvs. at der ikke er modsætning mellem det personen skal gøre, og det personen har lyst til at gøre.

Interesseforskere skelner ofte mellem to former for interesse: situationel interesse og individuel interesse (Hidi & Renninger, 2006; Krapp, 2002). Situationel interesse refererer til situationsafhængig interesse, dvs. interesse som stimuleres i en bestemt situation. Individuel interesse refererer til personens vedholdende lyst til at engagere sig i det der har interessen. Når man taler om unges manglende interesse for naturfag, er det individuel interesse der henvises til.

Der findes flere teorier om interesse som afspejler forskellige teoretiske positioner og forskningsinteresser. Nogle interesseforskere betragter situationel interesse som en umiddelbar positiv følelse (fx Izard, 1977; Silvia, 2006). I Silvias model er interesse en positiv følelsesreaktion på noget nyt og komplekst som personen selv vurderer at være kompetent til at kunne håndtere. Andre forskere fokuserer på dynamikken i en opgaveløsningssituation hvor interesse ses som motivationsvariabel for personens engagement (Ainley, 2006; Frederickson, 2001; Krapp, 2005). Tilsvarende finder man forskellige positioner for individuel interesse. I the four-phase model of interest development beskrives individuel interesse som en persons vedholdende lyst

til at engagere sig i det der har interessen. Her er interessen kendetegnet ved positive følelser, værdi og viden (Hidi & Renninger, 2006). I person-object theory of interest er der i højere grad fokus på den individuelle interesses værdi- og følelsesmæssige valenser (Prenzel et al., 1986; Schiefele, 1991).

Situationel interesse er ofte kortvarig. Den kan fx stimuleres gennem undervisningsaktiviteter der knytter an til elevernes liv uden for skolen, og som derfor opleves meningsfulde (Hulleman & Harackiewicz, 2009). Hvis den situationelle interesse fastholdes over tid, eller hvis den stimuleres gentagne gange som respons på samme stimuli, kan interessen antagelig udvikle sig til individuel interesse (Hidi & Renninger, 2006; Krapp, 2002). Rationalet bag mange science events er at hvis situationel interesse stimuleres hos unge der ikke interesserer sig for naturfag, kan den – måske – fastholdes over tid og udvikle sig til en mere vedholdende, individuel interesse for naturfag. Selv om der ikke foreligger empirisk belæg for dette, synes argumentet plausibelt. At skabe læringsmiljøer der stimulerer situationel interesse, hævdes at være en måde at motivere elevers engagement og læring på. Dette menes især at være vigtigt for elever som kun har begrænset individuel interesse for faget (Hidi & Harackiewicz, 2000).

Denne undersøgelse fokuserer på hvordan interesse stimuleres – dvs. på situationel interesse. Der er anvendt et begrebsapparat som bygger på Deweys (1913) beskrivelse af interesse som fænomen og på the four-phase model of interest development (Hidi & Renninger, 2006). Modellen beskriver i korte træk hvordan en fanget situationel interesse kan udvikle sig hen imod en mere vedholdende, individuel interesse gennem fire faser. Jeg har ikke gjort forsøg på at skelne mellem fanget og fastholdt situationel interesse som er modellens første to faser.

### *Forskningsspørgsmål*

Målet med dette forskningsprojekt var at undersøge hvordan situationel interesse opstår i et Naturfagsmaraton. Formålet var at generere viden om hvorvidt et tiltag som er etableret med henblik på at skabe opmærksomhed og interesse for naturfag, rent faktisk har en effekt. Forskningsspørgsmålene var følgende:

- Hvordan stimuleres elevers interesse i et Naturfagsmaraton?
- Hvad er kilderne til interesse?

### **Metodologi**

I det følgende præsenteres først de deltagende elever og undervisningskonteksten. Herefter følger en beskrivelse af metoder til datafremstilling og analyse.

## Undervisningskontekst

Undersøgelsen vedrører elever i to 6.-klasser i natur/teknik ( $n = 46$ ) i en større jysk folkeskole. Eleverne var 12-13 år gamle og blev undervist af den samme lærer som de havde haft siden 1. klasse. Eleverne havde deltaget i Naturfagsmaraton året før (i 5. klasse) og var således bekendt med konceptet.

Udvælgelsen af klasser foregik ved at Skolevisioner<sup>2</sup> formidlede kontakt til en lærer. Læreren, som var rutineret underviser i natur/teknik, havde deltaget i flere Naturfagsmaraton.

I et Naturfagsmaraton arbejder 20-24 klasser parallelt over ca. 10 uger. I forløbet skal eleverne finde løsninger på 10 åbne opgaver som stilles af Naturvidenskabernes Hus. Opgaverne er afstemt med slutmålene for natur/teknik. Med åbne opgaver menes opgaver som kan løses på forskellige måder. Opgaverne er tilrettelagt med den intention at eleverne skal arbejde med den naturvidenskabelige metode. Hermed menes at eleverne skal konstruere en løsningsmodel som gøres til genstand for eksperimentel afprøvning med variabelkontrol. Til hver opgave føres logbog hvor eleverne dokumenterer arbejdsprocessen i tekst og billeder. Forløbet afsluttes med en fælles event i form af en konkurrencedag i en lokal idrætshal. Her testes og vurderes klassernes løsninger, og én klasse kåres som samlet vinder.

Blandt de 10 opgaver var der tre som skilte sig ud ved at lægge op til udenadslære af faktuel information. Disse blev i første omgang fravalgt af eleverne. Det var først i ugen op til konkurrencedagen at eleverne begyndte at overveje hvordan de skulle løse disse tre opgaver. Eleverne var ikke motiverede for disse opgaver, og de indgår derfor ikke i undersøgelsen. I denne undersøgelse indgik følgende opgaver hvor eleverne skulle:

- konstruere en katapult som kan skyde korkpropper fra vinflasker
- fremstille CO<sub>2</sub> ved hjælp af gær, vand og sukker
- udvikle en metode til at måle mængden af salt i vand
- konstruere en vindmølle som kan løfte et lod
- konstruere en vinddrevet bil
- konstruere et køretøj som kan transportere terninger ned af en ujævn rampe
- konstruere et svævefly.

Eleverne arbejdede igennem 8 uger med opgaverne. Hver klasse havde 1-3 dobbelt-lektioner pr. uge ( $2 \times 45$  minutter, hhv. 18 og 22 lektioner i alt). Det stod eleverne frit for at vælge hvilken opgave de ville arbejde med. Nogle elever valgte opgave ud fra interesser, andre valgte ud fra hvem de ville arbejde sammen med. Hver klasse havde 7 grupper a 2-4 elever som arbejdede med én bestemt opgave igennem alle otte uger.

<sup>2</sup> Naturfagsmaraton er oprindeligt udviklet af Skolevisioner, men afvikles nu af Naturvidenskabernes Hus i samarbejde med kommuner i hele landet.

Eleverne måtte gerne skifte opgave (og dermed gruppe) i løbet af perioden, men ingen gjorde det.

En typisk dobbeltlektion startede med at læreren spurgte grupperne hvor langt de var nået. Grupperne præsenterede på skift hvor langt de var, hvad de ville arbejde videre med, og hvilke udfordringer de stod med, hvilket afstedkom korte diskussioner og forslag til løsningsmuligheder. Eleverne arbejdede efterfølgende på egen hånd i deres respektive grupper.

Læreren rolle var at facilitere elevernes arbejde, bl.a. ved at stille spørgsmål og foreslå strategier når eleverne havde behov for hjælp. Læreren bidrog ikke med løsningsforslag.

Forløbet blev afsluttet med en konkurrencedag i den lokale idrætshal hvor i alt 20 klasser deltog.

### *Metodisk tilgang*

*Teoretisk position.* Undersøgelsen var teoretisk forankret i et overvejende individuelt fokuseret situeret perspektiv (jf. Greeno, 1998). I et "traditionelt" situeret perspektiv udgør praksisfællesskabet den analytiske enhed, dvs. at der fokuseres på individernes deltagelse i den sociale praksis. Men det situerede perspektiv siger ikke direkte noget om individets interesse. Interesse, defineret som en person-objekt-relation, bliver "usynlig" i det situerede perspektiv og kan derfor kun observeres indirekte i form af engagement i den sociale praksis. Jeg valgte derfor et overvejende individuelt fokuseret situeret perspektiv hvor jeg rettede opmærksomheden på hvad der foregik i klassen (observation), samtidig med at jeg forsøgte at afklare hvorfor udvalgte elever fandt noget interessant i netop dén situation (uformelle interviews). For en uddybende beskrivelse se Dohn (2011).

*Operationalisering.* Situationel interesse skal undersøges *in situ* fordi oplevelsen af interesse ændres over tid (Ainley, 2006). Det er derfor nødvendigt at benytte en fremgangsmåde til datafremstilling som har følsomheden for det specifikke i konkrete situationer – dvs. sikrer overensstemmelse mellem teoretisk begreb, teoretisk position og metode.

Interesse er et kognitivt og affektivt fænomen som ikke direkte lader sig undersøge. Som forsker er man derfor henvist til at søge tegn på interesse (adfærd) og stille spørgsmål til interessen (interview eller spørgeskema). I denne undersøgelse blev der benyttet et mixed-method design med henblik på datatriangulering. Der tales om triangulering når man ved hjælp af flere datasæt belyser det samme fænomen. En enkelt datakilde (fx observationsnoter) er for usikker når man studerer et fænomen hvor der er flere variable i spil. Det er derfor en fordel at anvende både observationer, uformelle interviews og spørgeskema som datakilder fordi forskellige datakilder kan underbygge de samme konklusioner.

*Observation.* Der blev derfor benyttet observation igennem alle otte uger. Observationen foregik ved at jeg sad bagerst i klasserne og tog feltnoter når eleverne var samlet. Jeg udvalgte tilfældigt to elevgrupper fra hver klasse som jeg fulgte når grupperne arbejdede selvstændigt med opgaverne.

Følgende observerbare tegn på interesse blev registreret: 1) mængden af tid brugt på opgaven, 2) fokuseret opmærksomhed, 3) udtrykte ønsker om at gentage en test/forbedre design og 4) udtrykte positive følelser.

*Uformelle interviews.* Uformelle interviews blev benyttet igennem alle otte uger for at få indblik i elevernes oplevelser af interesse (eller mangel på samme) i konkrete situationer hvor jeg skønnede det relevant – fx når de gav udtryk for glæde, engagement eller frustration. Uformelle interviews er en form for interviews hvor man stiller få spørgsmål med udgangspunkt i situationen uden at det griber forstyrrende ind i aktiviteten (Patton, 2002). Hensigten var at få en kort dialog om det der optog eleverne.

*Spørgeskema.* Dagen før konkurrencen, som markerede afslutningen på forløbet, besvarede eleverne et spørgeskema. I alt 42 spørgeskemaer blev udfyldt og returneret. Spørgeskemaet var baseret på de 7 induktivt udledte kategorier fra den kvalitative analyse (jf. Mitchell, 1993) og indeholdt 26 items. Spørgsmål begyndte alle med "I hvilken grad ...?" hvortil eleverne responderede på en 7-trinsskala, varierende fra "meget" (værdi: 7) til "lidt" (værdi: 1).

Spørgeskemaet havde desuden et åbent spørgsmål hvor eleverne blev opfordret til at beskrive deres mest interessante oplevelse i forløbet og forklare hvorfor de fandt den interessant.

*Analyse.* Der er altid risiko for at fejltolke informantens brug af ordet "interesse" fordi der ikke nødvendigvis er overensstemmelse mellem informantens brug af ordet "interesse" og forskerens teoretiske begreb (Valsiner, 1992). Det informanten refererer til som interesse, kan i virkeligheden knytte sig til andre motivationspsykologiske begreber, fx målorientering. For at imødekomme denne kritik benyttede jeg teoritriangulering. Teoritriangulering refererer til en proces hvor der inddrages flere perspektiver og teorier i analyse- og fortolkningsprocesserne.

Analyseprocessen foregik ved at feltnoterne blev struktureret vha. åben kodning. Ved åben kodning forstår man den analytiske proces hvor man begrebsliggør og kategoriserer fænomener som træder frem i datamaterialet. Feltnoterne blev analyseret med fokus på begrundelser for hvad eleverne fandt interessant i forløbet. Koderne blev sidenhen kondenseret i 7 kategorier.

Elevernes svar på spørgeskemaets åbne spørgsmål blev analyseret vha. åben kodning med fokus på begrundelser for hvad eleverne fandt interessant i forløbet, og hvorfor. Koderne blev efterfølgende sammenstillet med kategorierne fra feltnoterne.

Spørgeskemaets egenskaber blev undersøgt vha. reliabilitetstest og Raschanalyse.

Den interne reliabilitet blev testet vha. Cronbachs alfa som er et generelt mål for i hvor høj grad test items korrelerer indbyrdes. Reliabiliteten blev beregnet til 0,87, hvilket betragtes som "høj" (jf. Cronbach, 1990). Raschanalysen bekræftede at alle items målte på det samme begreb ("situationel interesse").

En faktoranalyse med varimax rotation bekræftede de 7 kategorier fra den kvalitative analyse. Faktoranalyse er en statistisk metode der anvendes til at reducere antallet af variable i et datasæt. Ved hjælp af faktoranalyse kan man finde frem til underliggende strukturer eller faktorer som bevirker at en række variabler varierer med hinanden. De 7 kategorier (eller faktorer) repræsenterer hver en skala som indeholdt mellem 2 og 6 items. Hver skala fik en dækkende overskrift. Herefter blev middelværdi (gennemsnit), standardafvigelse og reliabilitet beregnet for hver skala (tabel 1).

Skala	Eksempel på item	Factor loading	Cronbach $\alpha$	Middelværdi	Standardafvigelse
Naturfagsmaraton	"Naturfagsmaraton er interessant"	> 0.52	0.78	5.32	1.38
Design/opfinde	"Det er sjovt at opfinde"	> 0.66	0.80	5.86	1.36
Usystematisk prøven sig frem	"Det er sjovere at prøve sig frem end at bruge naturvidenskabelig metode"	> 0.85	0.64	5.59	1.42
Systematisk variabelkontrol	"Jeg kan godt lide naturvidenskabelig arbejdsmetode"	> 0.44	0.74	4.01	1.58
Funktionalitet	"Det er interessant når vi finder en god løsning"	> 0.59	0.66	5.33	1.15
Vedholdenhed	"Selv om opgaven kan drille, prøver jeg alligevel at få ideer til en løsning"	> 0.48	0.73	4.72	1.69
Samarbejde	"Det er rart at arbejde i en gruppe"	> 0.49	0.63	6.06	1.19

**Tabel 1.** Spørgeskemaets 7 dimensioner i forhold til elevernes interesse.

## Resultater

I det følgende præsenteres fortolkninger af de kvalitative data, suppleret med deskriptiv statistisk.

### *Naturfagsmaraton*

Den første kategori vedrører interesse for Naturfagsmaraton som forløb. Eleverne gav udtryk for at de fandt forløbet spændende og interessant – i hvert fald noget af tiden. Dette blev bekræftet af middelværdien 5,32.

### *Design/opfinde*

Alle 46 elever var engagerede i at designe opfindelser og udvikle metoder til at løse deres opgaver, hvilket bekræftes af skalaens middelværdi på 5,86. Elevernes kommentarer tydede på at det især var den første del af designprocessen hvor de skulle udveksle kreative ideer der stimulerede deres interesse.

Eksempel 1. Tre piger arbejdede med at producere så meget kuldioxid som muligt på to timer vha. 50 g gær, sukker og vand i en 1 1/2-liters sodavandsflaske monteret med en ballon til at måle mængden af kuldioxid. De diskuterede entusiastisk de optimale betingelser for gæring, og de blev enige om at undersøge virkningen af følgende parametre: mængden af vand og sukker, temperatur, typer af sukker og rækkefølgen af gær, sukker og vand i flasken. De fandt designprocessen meget spændende fordi “det her er meget forskelligt fra den almindelige undervisning og meget mere interessant”, og på grund af selvbestemmelse: “vi kan afprøve vores egne idéer”. Pigerne var enige om at det var mere interessant at designe forsøgsopstilling end at gentage forsøgene fordi arbejdet blev rutine, selvom “det var sjovt at se ballonerne blive pustet op”.

### *Usystematisk prøven sig frem*

Elever fra begge klasser var bekendt med principperne for naturvidenskabelig arbejdsmetode, dvs. de kunne forklare hvordan man tester én variabel ad gangen. Men da de testede deres design, varierede de ofte to eller flere variable på samme tid. Nogle gange var eleverne ikke klar over at der var flere variable i spil, på grund af opgavens kompleksitet, men generelt foretrak de at prøve sig usystematisk frem (trial-and-error-strategi), jf. den gennemsnitlige score på 5,59 på den tredje skala.

### *Systematisk variabelkontrol*

Til sammenligning målte den fjerde skala elevernes præferencer for systematiske afprøvning ( $M = 4,01$ ). En parret t-test mellem de to skalaer viste signifikant korrelation ( $p < 0,001$ ). Testen bekræfter at eleverne foretrak usystematisk afprøvning frem for variabelkontrol (en t-test kan bruges til at afgøre om to datasæt er væsentligt



forskellige fra hinanden). Eleverne beskrev den naturvidenskabelige arbejdsmetode som “kedelig”, og de fleste elever prøvede sig frem som illustreret i eksempel 2:

Eksempel 2. Tre piger havde valgt opgaven at udvikle en metode til at måle saltindhold i fire ukendte vandprøver (g/L). Opgavebeskrivelsen gav ingen hjælp til hvordan man måler saltindhold, bortset fra følgende vink: “Et æg kan flyde i saltvand.”

Pigerne besluttede at starte med at teste hvor godt et æg flyder i saltvand. De fyldte en lille plastbeholder med vand fra hanen (ukendt volumen, ukendt temperatur), tilsatte 1 dl salt (ukendt vægt) og omrørte indtil det var opløst. De puttede et æg i der sank. De tømte beholderen og fyldte den med lunkent vand (ukendt volumen, ukendt temperatur) og tilsatte 1 dl salt (ukendt vægt) og et udslået æg (ny variabel). Æggeblomme og æggehvite sank. De fjernede æggeblomme og æggehvite og tilsatte 1 dl mere salt (ukendt vægt). Så tilføjede de en rå æggeblomme der flød. De tilføjede et helt æg der sank, og et kogt æg (ny variabel) der flød. Så tilsatte de mere lunkent vand (ukendt volumen, ukendt temperatur), og det kogte æg sank. Pigerne fandt fremgangsmåden “meget sjov” selv om forsøget ikke gav dem idéer til yderligere eksperimenter. Adspurgt hvorfor de ikke udfører variabelkontrol, svarede de: “Det er sjovere på denne måde. Den naturvidenskabelige metode er kedelig!”

### *Funktionalitet*

Observationer og interviews viste at eleverne var interesserede når et design virkede efter hensigten. Dette blev bekræftet af spørgeskemaets femte skala (middelværdi 5,33).

Eksempel 3. Pigerne fra eksempel 2 havde sidst i forløbet fundet et funktionelt design: en flydevægt i form af et reagensglas med et metallod i bunden. Som justerbar skala brugte de små elastikker som de ved kalibreringen kunne justere op og ned på reagensglasset. Da de blev klar over at deres design virkede efter hensigten, blev de begejstrede. Læreren gav dem en vandprøve som de – korrekt – målte indeholdt 100 g salt pr. liter. De var meget glade fordi deres design virkede efter hensigten: “Ja!”, “Endelig!”.

Når et design til gengæld *ikke* virkede efter hensigten, mistede eleverne interessen og gav udtryk for frustration. I sådanne situationer endte eleverne typisk med at lave andre ting end Naturfagsmaraton, som fx lege med en bold eller socialisere når læreren ikke lige var i nærheden.

Eksempel 4. Inden pigerne i eksempel 3 fandt ud af at markere saltindhold på hydro-meteret med elastikker, prøvede de med en vandfast tusch. Pigerne måtte erkende at vandfast tusch ikke virker på en våd overflade. De mistede interessen for opgaven fordi de ikke kunne finde på en bedre måde at markere på. De var trætte af opgaven “fordi

det ikke virker”, og tilbragte resten af lektionen med at se YouTube-musikvideoer på en bærbar computer.

## Vedholdenhed

Der var stor forskel på hvordan de fire elevgrupper håndterede udfordringen når de var kørt fast. Den sjette skala målte vedholdenhed, dvs. hvor villige eleverne var til at arbejde målrettet med deres opgave trods eventuel modgang. Som det fremgår af tabel 1, var elevresponsen cirka midt imellem “meget” og “lidt”. Den forholdsvis store standardafvigelse indikerer stor spredning i elevsvarene. I det følgende eksempel mistede fire piger interessen for deres vinddrevne bil:

Eksempel 5. Bilen var bygget af Legoklodser. Opgaven lød på at konstruere et køretøj som kørte længst muligt vha. luftbevægelsen fra en stationær ventilator. Som fremdrift havde pigerne valgt en vindmølle af papir fordi dette design var foreslået af den ene piges far. Pigerne var ikke tilfredse med deres design fordi bilen kun kørte en meter. De havde tilbragt fem lektioner på at teste mølledesign (de havde foldet *mange* papirmøller), men var ikke villige til at afprøve andre fremdriftsmuligheder, som fx et sejl – selv om læreren gentagne gange foreslog alternative design. Den ene pige begrundede uvilligheden for at prøve alternative fremdriftsmuligheder med at hendes far havde foreslået møllen: “Min far, han er meget klog.”

Som modsætning hertil arbejdede fire drenge målrettet med deres design selv om de oplevede at være kørt fast undervejs i processen:

Eksempel 6. Drengenes opgave var at konstruere en katapult som dels kunne ramme mål i form af murbaljer på 1-8 meters afstand med en korkprop, dels skyde korkproppen så langt som muligt. Da drengene erkendte at deres katapult var meget upræcis på korte afstande (katapulten kunne ikke ramme baljerne på < 6 meters afstand), valgte de at optimere katapultens rækkevidde og ignorere de korte afstande. De fortsatte med at optimere designet og var til sidst begejstrede: “Vi har testet vores katapult på 7-metermålet, og vi rammer 9 ud af 10 gange! Vi kan skyde 16 meter! Megasejt!”

## Samarbejde

Den syvende skala refererer til kategorien “samarbejde” som scorede en meget høj middelværdi (6,06). Resultatet viser at samarbejde havde stor indflydelse på elevernes interesse for Naturfagsmaraton. Dette blev bekræftet af interviewdata som viser at samarbejdet tillod eleverne at socialisere og have det sjovt sammen mens de arbejdede. I eksempel 7 blev to drenge spurgt om sammenhængen mellem samarbejde og interesse:

Eksempel 7. Dreng 1: "Det er meget mere interessant når vi arbejder sammen."

Interviewer: "Hvorfor?"

Dreng 1: "Jeg ved ikke ... Fordi du kan snakke med dine venner, ha' det sjovt."

Dreng 2: "Ja ... fordi vi er venner."

## Diskussion

I denne undersøgelse har jeg fundet syv forhold som kan begrunde hvorfor eleverne fandt arbejdet med Naturfagsmaratonopgaver interessant. Men det bør tilføjes at der også kan være andre årsager til interesse som jeg ikke har fået øje på. For at forstå mekanismerne bag kategorierne må man dykke et lag længere ned.

Kategorien *design/opfinde* indeholder mindst to interessestimulerende forhold: "nyt" og "autonomi". Som illustreret i eksempel 1 var interesse som følge af noget nyt eller usædvanligt en central faktor i den første del af designprocessen. Rutinearbejdet med variabelkontrol var til gengæld kendetegnet ved fravær af nyt – og dermed mindre interessant. Elevkommentarer tydede på at eleverne oplevede designprocessen som en spændende event som var meget forskellig fra den daglige undervisning. Dette understøttes af Palmer (2009) som hævder at noget nyt stimulerer elevers interesse og engagement.

Naturfagsmaratonopgavernes åbenhed og lærerens strukturering af timerne gjorde at eleverne oplevede stor frihed i arbejdsprocessen. De fandt arbejdet motiverende fordi "vi kan afprøve vores egne idéer". Ifølge motivationspsykologisk selvbestemmelsesteori (Ryan & Deci, 2000) har mennesket et grundlæggende psykisk behov for autonomi, hvilket kan forklare hvorfor elever er mere motiverede for aktiviteter hvor de har nogle frie valg, end når de er tvunget til at udføre en given opgave på en bestemt måde.

Kategorien *usystematisk prøven sig frem* var overraskende, ikke mindst fordi Naturfagsmaraton har som erklæret mål at lære elever naturvidenskabelig arbejdsmetode. Elevernes udsagn og adfærd tyder på at usystematisk prøven sig frem repræsenterede deres *egne* valg, næsten som ved leg, mens systematisk variabelkontrol repræsenterede det "skolske" domæne. Dette var især tydeligt ved de grupper som byggede opfindelser vha. Lego (vindmølle, vinddrevet bil), formentlig fordi Lego inviterer til en legende tilgang.

Kategorien *usystematisk prøven sig frem* rummer to interessestimulerende forhold: autonomi og selvstimulering. Selvstimulering betragtes inden for motivationspsykologien som en selvregulerende strategi. Selvstimulering henviser til en strategi hvor man forsøger at gøre en opgave mere interessant, fx ved at definere den som en leg eller konkurrence (Sansone, Weir, Harpster & Morgan, 1992). Dette illustreres tydeligt i eksempel 2 hvor pigerne lavede forsøg med æg: "Det er sjovere på denne

måde. Den naturvidenskabelige metode er kedelig!” Selv om Naturfagsmaraton har som mål at lære elever variabelkontrol, valgte pigerne en strategi som havde direkte negativ effekt i forhold til læringsmålet. Dette viser at elever kan miste fokus ved for åbne opgaver.

Kategorien *funktionalitet* refererer til elevernes interesse, glæde og engagement når en opfindelse virkede efter hensigten. Resultatet er i overensstemmelse med andre forskningsresultater der viser at et succesfuldt design har indflydelse på elevers motivation og engagement (bl.a. Krajcik et al., 1998). De interessestimulerende mekanismer er målorientering og oplevelse af kompetence. At mestre en opgave vides at kunne føre til interesse (Ames, 1992).

*Samarbejde* stimulerede i høj grad elevernes interesse. Dette kan begrundes med at menneskelig kontakt er et basalt psykiske behov som når det opfyldes, resulterer i indre motivation og interesse. Social interaktion kan imidlertid ikke være interessens “objekt” som sådan – social interaktion skal snarere betragtes som en situationsbestemt faktor som stimulerer interesseudvikling (Del Favero, Boscolo, Vidotto & Vicentini, 2007).

Det var forventeligt at konkurrenceelementet i Naturfagsmaraton ville have indflydelse på elevernes motivation. Samtaler med eleverne afslørede imidlertid at konkurrencen ikke betød alverden for dem fordi de havde deltaget i konkurrencen året før. I 5. klasse havde de set frem til konkurrencen med spænding, men nu hvor de kendte konceptet, betød konkurrenceelementet mindre. Konkurrenceelementet betød alligevel lidt for eleverne i indeværende forløb: De grupper der havde konstrueret et velfungerende design, glædede sig til at vise deres design frem på konkurrencedagen – fx drengene med katapulten. De grupper hvis design ikke levede op til egne forventninger, glædede sig ikke til konkurrencedagen – fx pigerne med det vinddrevne køretøj. Pigerne var meget bevidste om at deres design ikke virkede godt nok, og havde minimale forventninger som blev bekræftet af en sidsteplads på konkurrencedagen. Selvom konkurrenceelementet fremhæves som en motiverende faktor ved Naturfagsmaraton, havde konkurrenceelementet en direkte negativ effekt på disse piger: De blev bekræftet i at de ikke klarede sig godt nok i natur/teknik.

Selv om eleverne generelt arbejdede engageret på at løse deres opgaver, viste analysen af de fire gruppers arbejde at eleverne *også* oplevede frustration og manglende interesse i mange situationer. De oplevede ofte de var kørt fast pga. opgavernes kompleksitet, og vidste ikke hvordan de skulle komme videre. Dette illustreres i eksempel 4 hvor pigerne forventede at finde det “korrekte” svar på vinket: Et æg kan flyde i saltvand. Opgavens intention var at elever skal “opdage” principperne for at måle densitet vha. et hydrometer. Men da pigerne ikke fandt nogen brugbar løsning ud fra forsøgene med æg som kunne guide dem videre, gik de i stå. Læreren vurderede at opgaven var for åben for disse elever som ikke havde de nødvendige faglige forudsætninger

for at forstå "densitet" – kun vage forforståelser baseret på hands-on-erfaringerne med æg. Ifølge Sweller, Kirschner & Clark (2007) medfører stor frihed i arbejdsprocessen at svage elever benytter vage problemløsningsstrategier. Forfatterne hævder at arbejdshukommelsen er begrænset i nye sammenhænge (fx ved problemløsning), men ubegrænset i velkendte sammenhænge (fx ved typeopgaver) hvor information hentes fra langtidshukommelsen (Kirschner, Sweller & Clark, 2006). Hvis denne kognitionsmodel er gyldig, bør novicer ikke præsenteres for ny information på en måde som fordrer problemløsningsstrategier.

Dette stiller imidlertid lærerne i Naturfagsmaraton i et vanskeligt dilemma. På den ene side fordrer åbne opgaver lærerfacilitering som kan medføre oplevet lærerstyring (tab af autonomi) og manglende ejerskab til produktet. På den anden side kan manglende facilitering medføre vage selvregulerings- og problemløsningsstrategier, som vist i eksemplet. Begge dele kan medføre demotiverede elever.

Konklusionen på undersøgelsen er at Naturfagsmaraton generelt stimulerer elevers situationelle interesser, men at mange elever mister interesse og engagement i konkrete situationer pga. vage selvregulerings- og problemløsningsstrategier i arbejdet med åbne opgaver. Eleverne foretrak at arbejde usystematisk med deres design fordi det var sjovere, hvilket havde direkte negativ effekt i forhold til læringsmålet. Interesse blev dels stimuleret af opgaverrelaterede forhold (design/opfinde, usystematisk prøven sig frem, funktionalitet), dels sociale forhold (samarbejde). Følgende variable blev identificeret som interessestimulerende: nyt, autonomi, social interaktion, selvstimulering og målorientering. Resultaterne viser at åbne opgaver stimulerer interesse, men kun i det omfang eleverne er i stand til at selvregulere deres læringsstrategier. At elever deltager i en scienceevent som Naturfagsmaraton, er med andre ord ikke nogen garanti for at de udvikler interesse for naturfag.

## Referencer

- Ainley, M. (2006). Connecting With Learning: Motivation, Affect and Cognition in Interest Processes. *Educational Psychology Review*, 18(4), s. 391-405.
- Ainley, M., Hidi, S. & Berndorff, D. (2002). Interest, Learning, and the Psychological Processes that Mediate Their Relationship. *Journal of Educational Psychology*, 94(3), s. 545-561. doi: Doi 10.1037//0022-0663.94.3.545.
- Ames, C. (1992). Classrooms: Goals, Structures, and Student Motivation. *Journal of Educational Psychology*, 84(3), s. 261-271. doi: 10.1037/0022-0663.84.3.261.
- Broch, T. & Egelund, N. (2001). *Elevers interesse for naturfag og teknik. Et elevperspektiv på undervisningen*. Danmarks Pædagogiske Universitet, København.
- Cronbach, L.J. (1990). *Essentials of Psychological Testing*. New York: Harper & Row, Publishers.

- Del Favero, L., Boscolo, P., Vidotto, G. & Vicentini, M. (2007). Classroom Discussion and Individual Problem-Solving in the Teaching of History: Do Different Instructional Approaches Affect Interest in Different Ways? *Learning and Instruction*, 17(6), s. 635-657. doi: 10.1016/j.learninstruc.2007.09.012.
- Dewey, J. (1913). *Interest and Effort in Education*. Boston, MA, US: Houghton, Mifflin and Company.
- Dohn, N.B. (2011). Situational Interest of High School Students who Visit an Aquarium. *Science Education*, 95(2), s. 337-357. doi: 10.1002/sce.20425.
- Dohn, N.B. (2013). Situational Interest in Engineering Design Activities. *International Journal of Science Education*, 35(12), s. 2057-2078. doi: 10.1080/09500693.2012.757670.
- Frederickson, B.L. (2001). The Role of Positive Emotions in Positive Psychology: The Broaden-and-Build Theory of Positive Emotions. *American Psychologist*, 56(3), s. 218-226.
- Greeno, J.G. (1998). The Situativity of Knowing, Learning, and Research. *The American Psychologist*, 53(1), s. 5-26. doi: 10.1037/0003-066x.53.1.5.
- Hidi, S. & Harackiewicz, J.M. (2000). Motivating the Academically Unmotivated: A Critical Issue for the 21st Century. *Review of Educational Research*, 70(2), s. 151-179. doi: 10.3102/00346543070002151.
- Hidi, S. & Renninger, K.A. (2006). The Four-Phase Model of Interest Development. *Educational Psychologist*, 41(2), s. 111-127.
- Hulleman, C.S. & Harackiewicz, J.M. (2009). Promoting Interest and Performance in High School Science Classes. *Science*, 326(5958), s. 1410-1412. doi: 10.1126/science.1177067.
- Izard, C.E. (1977). *Human Emotions*. New York: Plenum Press.
- Kirschner, P.A., Sweller, J. & Clark, R.E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), s. 75-86. doi: 10.1207/s15326985ep4102\_1.
- Krajcik, J., Blumenfeld, P.C., Marx, R.W., Bass, K.M., Fredricks, J. & Soloway, E. (1998). Inquiry in Project-Based Science Classrooms: Initial Attempts by Middle School Students. *The Journal of the Learning Sciences*, 7(3/4), s. 313-350.
- Krapp, A. (2002). Structural and Dynamic Aspects of Interest Development: Theoretical Considerations from an Ontogenetic Perspective. *Learning and Instruction*, 12(4), s. 383-409.
- Krapp, A. (2005). Basic Needs and the Development of Interest and Intrinsic Motivational Orientations. *Learning and Instruction*, 15(5), s. 381-395.
- Krapp, A. & Prenzel, M. (2011). Research on Interest in Science: Theories, Methods, and findings. *International Journal of Science Education*, 33(1), s. 27-50. doi: 10.1080/09500693.2010.518645.
- Mitchell, M. (1993). Situational Interest: Its Multifaceted Structure in the Secondary School Mathematics Classroom. *Journal of Educational Psychology*, 85(3), s. 424-436.
- OECD. (2008). *Encouraging Student Interest in Science and Technology Studies*: OECD Publishing.
- Osborne, J. (2003). Attitudes Towards Science: A Review of the Literature and Its Implications. *International Journal of Science Education*, 25(9), s. 1049-1079. doi: 10.1080/0950069032000032199.

- Palmer, D.H. (2009). Student Interest Generated During an Inquiry Skills Lesson. *Journal of Research in Science Teaching*, 46(2), s. 147-165. doi: 10.1002/tea.20263.
- Patton, M.Q. (2002). *Qualitative Research & Evaluation Methods*. Newbury Park: Sage.
- Prenzel, M., Krapp, A. & Schiefele, H. (1986). Grundzüge einer pädagogischen Interessentheorie. *Zeitschrift für Pädagogik*, 32(2), s. 163-173.
- Rheinberg, F. (2008). Intrinsic Motivation and Flow. I: J. Heckhausen & H. Heckhausen (red.), *Motivation as Action* (s. 323-348). New York: Cambridge University Press.
- Ryan, R.M. & Deci, E.L. (2000). Intrinsic and Extrinsic Motivations: Classic Definitions and New Directions. *Contemporary Educational Psychology*, 25(1), s. 54-67.
- Sansone, C., Weir, C., Harpster, L. & Morgan, C. (1992). Once a Boring Task Always a Boring Task?: Interest as a Self-Regulatory Mechanism. *Journal of Personality and Social Psychology*, 63(3), s. 379-390.
- Schiefele, U. (1991). Interest, Learning, and Motivation. *Educational Psychologist*, 26(3), s. 299-323.
- Silvia, P.J. (2006). *Exploring the Psychology of Interest*. Cary, NC, USA: Oxford University Press.
- Sweller, J., Kirschner, P.A. & Clark, R.E. (2007). Why Minimally Guided Teaching Techniques Do Not Work: A Reply to Commentaries. *Educational Psychologist*, 42(2), s. 115-121. doi: 10.1080/00461520701263426.
- Valsiner, J. (1992). Interest: A Metatheoretical Perspective. I: K.A.H. Renninger, Hidi, S. & Krapp, A. (red.), *The Role of Interest in Learning and Development* (s. 27-41). Hillsdale, NJ, England: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

## Abstract

*The aim of the present study was to investigate task-based situational interest of sixth grade students during a Naturfagsmaraton. Students' interests were investigated by a mixed-method design. Four main sources of interest were found: designing inventions, trial-and-error experimentation, achieved functionality of invention, and collaboration. These sources differ in terms of stimuli factors, such as novelty, autonomy (choice), social involvement, self-generation of interest and task goal orientation. The study shows that design tasks stimulated interest, but only to the extent that students were able to self-regulate their learning strategies.*



# Clickers – forbedring af traditionelle forelæsninger?



Nadia Rahbek Dyrberg, Center  
for Naturvidenskabernes og  
Matematikens Didaktik, Det  
Naturvidenskabelige Fakultet,  
Syddansk Universitet

**Abstract** Artiklen beskriver baggrunden for et speciale<sup>1</sup> omhandlende forelæsninger som undervisningsform og brugen af clickers deri på Det Naturvidenskabelige Fakultet, Syddansk Universitet, og behandler et uddrag af resultaterne derfra. Ud over en generel positiv holdning til clickers er konklusionen at både de studerende og deres underviser oplever et stort læringsudbytte ved diskussioner mellem de studerende som faciliteres af clickers, og at aktivitetsniveauet er højt når clickers benyttes. Afslutningsvist gives et bud på hvordan clickers med fordel kan benyttes for optimal udnyttelse af læringspotentialer.

## Indledning

Trods betydelige indvendinger er forelæsninger stadig den mest benyttede undervisningsform på universiteter verden over (Bligh, 2000), måske fordi den i mange tilfælde er den mest økonomisk effektive undervisningsform (Dahl og Troelsen, 2013). Indvendinger går på at der er et misforhold mellem den måde studerende lærer på ved aktivt at bearbejde stoffet (Biggs & Tang, 2007), og den måde de bliver undervist på som passive modtagere af viden. Andre indvendinger erklærer at forelæsninger er for kedelige til at fastholde de studerendes opmærksomhed og koncentration. Donald A. Bligh argumenterer for at variation kan udsætte det velkendte fald i koncentrationen og fastholde muligheden for indlæring (Bligh, 2000). I den modsatte ende kan selv "underholdende" forelæsninger ofte have et begrænset læringsudbytte (Dahl og Troelsen, 2013).

Fysikprofessor Eric Mazur der benytter clickers sammen med pædagogikken peer instruction, er overbevist om at dagene er talte for de traditionelle forelæsninger. Dette gælder fx for introduktionskurser i naturvidenskab. Han erklærer:

<sup>1</sup> Den fulde version af specialet *Brug af Audience Response Systems til Øget Læringsudbytte af Forelæsninger* kan rekvireres ved henvendelse til forfatteren.

*“Vi har ikke længere råd til at ignorere ineffektiviteten af traditionelle forelæsningsmetoder, uanset hvor forførende og inspirerende vores forelæsninger er. Tiden er kommet til at tilbyde vores studerende på introducerende naturvidenskabskurser mere end blot en gentagelse af skrevet materiale.” (Mazur, 1997, s. 983, egen oversættelse)*

Denne holdning er Eric Mazur ikke alene om. Store ændringer i fx tilstrømningen af studerende har sat effektiviteten af undervisningen på dagsordenen på mange universiteter (Biggs & Tang, 2007). Også på Syddansk Universitet er undervisningen i fokus med store indsatsområder og vedtagelsen af “aktiverende undervisning og aktiv læring” som bærende principper som følge.<sup>2</sup>

## Forelæsninger

Udgifterne i forbindelse med forelæsninger som undervisningsform er relativt lave idet flere hundrede studerende kan undervises på én gang af samme underviser (Dahl og Troelsen, 2013). Dette kan være det primære argument for ledelser, men det bør ikke være det ud fra et læringsperspektiv. Mange undervisere føler desuden at den traditionelle forelæsning er den bedste måde at få dækket pensum (Horgan, 1999). Horgan uddyber med følgende kommentar:

*“Det siges at de fleste af os har så travlt med at ‘dække materialet’ i en forelæsning at vi forpasser chancen for at ‘afdække det.’” (Horgan, 1999, s. 85-86, egen oversættelse)*

Dette understreger at stoffet ikke bare skal gennemgås. Det skal også bearbejdes og forstås. Traditionelle forelæsninger er måske endda ødelæggende for kvaliteten af læringen fordi formen beforder overfladelæring og fører til en forventning hos de studerende om at undervisning er en passiv oplevelse (Ramsden, 1992).

Bligh (2000) konkluderer i et større metastudium af diverse studier at forelæsninger er lige så effektive som andre undervisningsformer til overførsel af information. Til gengæld er forelæsninger ineffektive til at fremme tænkning og ændre adfærd eller holdninger. Forelæsninger bør derfor ikke have disse mål for øje (Bligh, 2000).

I forhold til lærebøger og andet skrevet materiale har forelæsninger oddsene imod sig idet de studerende ved læsning selv kan tilpasse tidspunkt, tempo og mængde af læsestoffet på en måde der er passende for lige netop dem (McKeachie, 1980). Dette kan lede til spørgsmålet: Hvorfor ikke bare lade de studerende læse materialet selv og undlade forelæsninger? Svinicki & McKeachie (2011) mener at forelæsninger med

---

<sup>2</sup> [www.sdu.dk/Om\\_SDU/Organisationen/destuderendeicentrum/Programmer+og+projekter/Stud-l%c3%a6ring](http://www.sdu.dk/Om_SDU/Organisationen/destuderendeicentrum/Programmer+og+projekter/Stud-l%c3%a6ring) (høstet 2. januar 2014).

fordel kan benyttes til en række formål (se tekstboks 1) der går ud over blot at videregive information. Ud over kognitive funktioner kan forelæsningen også motivere og udvikle interesse hos de studerende.

Tekstboks 1 – forelæsninger kan med fordel benyttes til at:

- præsentere opdaterede informationer
- opsummere materiale spredt ud over forskellige kilder
- tilpasse materialet til netop denne gruppe studerende
- levere en forståelsesramme
- fokusere på nøglekoncepter, principper og idéer.

Herskin (1995) fremhæver følgende svagheder ved forelæsninger som undervisningsform: *envejskommunikation, ritualisme, underholdning/forførelse og stoftrængsel*.

**Envejskommunikation** – manglende feedback fra og til de studerende. Forelæseren ved ikke om budskabet er udtrykt klart og/eller modtaget hos de studerende.

**Ritualisme** – faste mødetidspunkter, faste lokaler og fastlagt pensum får de studerende til at glemme at målet er indlæring. Opgaven er at få den enkelte forelæsning til at fremstå unik og bryde mønsteret så de studerendes opmærksomhed og energi mobiliseres.

**Underholdning/forførelse** – der findes mange eksempler på undervisning med gode evalueringer på tilfredshed fra studerende, men med ringe indlæring – den såkaldte edutainment. Dahl & Troelsen (2013) beskriver hvordan undervisere kan komme til at tivolisere undervisningen i et forsøg på at hindre kedelige forelæsninger.

**Stoftrængsel** – krav om større omfang og højere niveau af pensum er et pensumtyranni der er med til at fastholde undervisere i deres rolle og undervisningen på sin form. Fokus fra både de studerendes og undervisers side bliver at nå pensum hvilket fører til forvirring, ineffektivitet (Bligh, 2000) og mindsket kvalitet af læringen i form af ukritiske studerende (Herskin, 1995) og overfladisk indlæring (Ramsden, 1992).

### *Opmærksomhedsniveauer under forelæsninger*

At opmærksomheden og koncentrationen hos de studerende er begrænset og faldende under forelæsninger, er et kendt fænomen (Bligh, 2000). McKeachie (1980) beskriver følgende observation af studerendes passive rolle under forelæsninger:

*“Nogle studerende har svært ved at holde sig vågne; andre forsøger at få tiden til at gå ved at læse andet materiale, skrive med vennerne, tælle forelæserens særlige karakteristika eller*

*ved simpelthen at tegne kruseduller og lytte på en relativt uanstrengt måde.” (McKeachie, 1980, s. 27 (og igen i Svinicki & McKeachie, 2011), (egen oversættelse)*

Denne beskrivelse efterlader ikke megen rum til optimisme i forhold til at tro på et stort læringsudbytte fra forelæsninger. Det enkelte individ kan kun koncentrere sig om en begrænset mængde opgaver på en gang, og den totale koncentrationskapacitet kan variere med graden af aktivitet og motivation for disse opgaver (Svinicki & McKeachie, 2011).

### *Aktiv læring i forelæsninger*

Mange taler for at forelæsninger i højere grad skal aktivere de studerende end der tidligere har været tradition for. Det er et af grundprincipperne i konstruktivisme at viden ikke bare kan overføres til en passiv modtager. Denne skal integrere den nye viden med tidligere viden for på den måde at konstruere “sin egen” viden (Winsløw, 2006). At studerende skal være aktive for at lære noget, ligger også som grundlæggende antagelse i Biggs & Tang (2007) der mener at gode undervisere skaber vilkår for de studerendes aktivitet. Dahl og Troelsen (2013) argumenterer ligeledes for at den gode forelæsning er involverede.

Machemer & Crawford (2007) omtaler et begyndende paradigmeskifte inden for undervisning på universiteter hvor undervisning går fra at være undervisercentreret til gradvist at centrere sig om de studerende. Med dette følger et skift fra de studerende som passive lyttere ved traditionelle forelæsninger til at være i fokus som aktive lærende.

Kooperativ læring er en form for aktiv læring hvor de studerende arbejder sammen om læringen. I et studium undersøgte Cavanagh (2011) de studerendes opfattelse af forelæsninger som indeholdt en blanding af traditionel forelæsning med envejskommunikation og aktiverende kooperativ undervisning i form af par-, gruppe- og hold-diskussion. Elementerne varierede jævnlige, og forelæsningerne omhandlede kun få kernekoncepter pr. forelæsning. Cavanagh (2011) fandt at de studerende i meget høj grad satte pris på de varierende forelæsninger og muligheden for kooperativ læring og aktiv deltagelse. De studerende udtrykte at de oplevede en dybere læring og var mere engagerede og fokuserede. De forberedte sig endda i højere grad til disse forelæsninger.

## Clickers

Clickers<sup>3</sup> anbefales af mange som et redskab til at aktivere og engagere studerende under forelæsninger (fx Svinicki & McKeachie, 2011). Clickers er små håndholdte apparater, lignende fjernbetjeninger, hvorpå de studerende kan besvare multiple choice-spørgsmål<sup>4</sup>. Efter afstemningen genereres et histogram visende svarfordelingen. Alle tilstedeværende studerende kan således på én gang besvare spørgsmål, omgående se svarfordelingen og modtage feedback på deres forståelse. Også forelæseren får feedback på de studerendes forståelse og kan tilpasse sin forelæsning derefter.

Clickers benyttes inden for et væld af felter, fx psykologi, økonomi og fysik, på mange niveauer og med forskellige holdstørrelser. Teknologien tillader både at spørgsmål forberedes på forhånd og/eller undervejs i undervisningen. (Se omfattende review af Caldwell, 2007). Nyere afstemningsværktøjer gør det muligt at benytte mobiltelefoner, tablets eller computere til at afgive stemmer.

Af de studerende svarer > 70 % typisk at de kan lide at bruge clickers, og at de oplever øget indlæring ved brug af clickers (fx Addison et al., 2009). Forelæsere og andre undervisere tager ligeledes godt imod clickers og er ofte imponerede over clickernes evne til at engagere de studerende i faglige diskussioner (fx Duncan, 2006). Lignende positive erfaringer og oplevelser med clickers udtrykkes af danske undervisere (fx Olsen, 2012).

Litteraturens resultater og konklusioner vedrørende konkrete læringsudbytter ved brug af clickers er inkonsistente, ligesom formål og den akkompagnerende pædagogik varierer. Generelt gælder det dog at clickers ikke lader til at have en negativ effekt på indlæring, men i stedet en neutral eller positiv effekt (Caldwell, 2007). Et eventuelt øget læringsudbytte ved brug af clickers lader dog til at stige betydeligt når clickers benyttes som facilitator af pædagogikken peer instruction (se nedenfor). Crouch & Mazur (2001) fremlægger resultater som indikerer betydelig øget læring i form af øget evne til konceptuel argumentation og forståelse samt kvantitativ problemløsning. Tekstboks 2 giver et overblik over fordele og kritikpunkter ved clickers der oftest fremhæves i litteraturen.

3 Clickers kaldes bl.a. også *key-pads*, *zappers*, *interactive voting systems* og *audience/student response systems*. I det følgende benyttes betegnelsen *clickers*.

4 Nyere systemer tillader også åbne spørgsmål.

## Tekstboks 2 – fordele og kritikpunkter ved clickers

### Fordele

- Clickers fører til øget (inter)aktivitet i form af involverede, engagerede og opmærksomme studerende (Siau et al., 2006; Nicol & Boyle, 2003).
- Clickerspørgsmål fremmer læring ved at tvinge de studerende til at tænke (Draper & Brown, 2004) eller gennem kooperativ læring (Knight & Wood, 2005; Crouch & Mazur, 2001).
- Clickers leverer feedback på de studerendes forståelse til gavn for forelæseren og de studerende selv (Wood, 2004; Nicol & Boyle, 2003).
- Clickersvar er anonyme og giver alle studerende mulighed for at afgive svar (Guthrie & Carlin, 2004; Wood, 2004).
- Clickers er sjove og nemme at bruge (Crossgrove & Curran, 2008; Siau et al., 2006).

### Kritikpunkter

- Tekniske problemer og uhensigtsmæssig indretning af forelæsningsale (Guthrie & Carlin, 2004; Knight & Wood, 2005).
- Studerende vænnet til passivitet og useriøs afgivelse af stemmer (Herskin, 1995; Ramsden, 1992).
- Tidskrævende forberedelse for forelæser (Fagen et al., 2002).

Sidste kritikpunkt omhandlende tidskrævende forberedelse er især relevant første gang en forelæser skal undervise med clickers. Det kræver tid og energi at udarbejde gode konceptuelle clickerspørgsmål med plausible svarmuligheder. Crouch & Mazur (2001) anbefaler at gamle eksamensbesvarelser kigges igennem for at identificere typiske misforståelser og manglende forståelse til brug for svarmulighederne.

Danske erfaringer med clickers er kun i beskedent omfang publiceret. På universiteterne bruges clickers typisk i naturvidenskabsundervisning på større hold (Mathiasen, 2013). Konklusionen fra Mathiasen (2011) lyder at clickers kan benyttes som en kommunikations- og læringsunderstøttende ressource, men at virkningen i høj grad afhænger af den enkelte undervisers tilgang til brugen af clickers og dermed den underliggende pædagogik.

### *Peer instruction*

Peer instruction er en læringsstrategi baseret på peer learning (som er en undergren af kooperativ læring) hvor de studerende diskuterer konceptuelle spørgsmål med hinanden. I peer learning udnyttes værdien i studerendes interaktion med hinanden.

Se Crouch & Mazur (2001) for en grundig gennemgang af peer instruction-strategien hvor clickers benyttes til at facilitere diskussion i forbindelse med afstemninger.

Mazur argumenterer for at peer instruction fører til et øget engagement fra de studerende idet de i den første af to afstemningsrunder individuelt vælger og dermed forpligter sig til et svar som de før anden runde forsvare i små summemøder. De studerende har således investeret noget i deres svar og er engagerede og interesserede i hvorvidt de har svaret korrekt eller ej (Mazur, foredrag, 2012). Nicol & Boyle (2003) fandt ligeledes en præference hos de studerende for først at afgive individuelle svar inden diskussion med de medstuderende. De studerende gav her udtryk for at det tvang dem til selv at tænke og ikke blot overtage andres holdninger.

## Fokus for undersøgelsen

Undersøgelsen der rapporteres om her, havde to overordnede fokusområder. Først fokuseredes der på forelæsninger som undervisningsform med henblik på en afklaring af hvorvidt der er perspektiv for ændringer. Dette skete med en afgrænsning til forelæsninger i naturvidenskab på Syddansk Universitet. Dernæst evalueres det om clickers kan forbedre og afhjælpe eventuelt konstaterede problemstillinger omkring forelæsninger. Der sættes spørgsmålstegn ved om clickers kan øge læringsudbyttet af forelæsninger.

Evalueringen af hvorvidt clickers i forelæsninger kan øge læringsudbyttet hos de studerende, sker ud fra en antagelse om at aktiv læring medfører øget læring jævnfør konstruktivismens grundtanke om at ny viden skal bearbejdes i en tilpasning eller omformning af allerede eksisterende viden. Dette er i sin essens samme grundlæggende antagelse der sætter standarden for god undervisning i Biggs (& Tangs) *Teaching for Quality Learning at University*.

## Metoder

Til undersøgelse af de studerendes holdning til forelæsninger benyttedes semistrukturerede interviews. I alt blev fire interviews udført med et samlet antal respondenter på ti studerende: seks førsteårsstuderende, en tredjeårsstuderende og tre femteårsstuderende. De udførte interviews var eksplorative; målet var at afdække holdninger og kortlægge mulige problematikker.

Til evaluering af clickerforelæsninger ønskedes data af både kvantitativ og som supplement hertil kvalitativ karakter. Hertil benyttedes et spørgeskema udsendt



til alle tilmeldte i det introducerende førsteårsbiologikursus BB501<sup>5</sup>, suppleret med fokusgruppeinterviews med seks studerende på kurset samt et interview med “clicker”underviseren i kurset. Alle interviews blev analyseret ved meningskondensering hvor respondenternes udsagn trækkes sammen til kortere sætninger indeholdende essensen af det udtalte (Kvale, 1997). Disse sætninger tolkes i deskriptive opsamlende tekster der sammenfatter respondenternes udtalelser.

Spørgeskemaspørgsmålene blev formuleret efter inspiration af Addison et al. (2009) hvilket gav basis for sammenligning mellem studierne. Spørgsmålene var formuleret som udsagn hvor den studerende angav hvor enig eller uenig han/hun var i udsagnet på en Likert-skala. Desuden var der indlagt kommentarfelder til eventuelle bemærkninger.

Spørgeskemaundersøgelsen havde 58 respondenter. Svarprocenten er ikke helt klar da 290 oprindeligt var tilmeldt kurset (svarprocent ca. 20), mens 184 gik til eksamen (svarprocent ca. 32). I gennemsnit blev der givet 164 svar til hvert clickerspørgsmål. Hansen & Nørregaard-Nielsen (2008) angiver at ved spørgeskemaundersøgelser hvor spørgeskemaet udsendes til en større gruppe mennesker, må en svarprocent på 35-40 % forventes. De angiver endvidere at 30-40 besvarelser er nødvendigt for at udføre et kvantitativt studium, hvilket opfyldes her. De opnåede resultater kan derfor ses som tendenser, men grundet den “lave” svarprocent er resultaterne ikke nødvendigvis repræsentative for hele populationen.

### Clickerforelæsningerne

Clickerforelæsningerne forløb typisk som 2 × 45 minutters forelæsning med 3-4 clickerspørgsmål i alt. Den gennemsnitlige korrekte svarprocent på faglige spørgsmål var 59,7 %. Underviseren havde benyttet clickers i samme kursus året før. Spørgsmålene var en blanding af forskellige typer hvoraf nogle omhandlende genkaldelse af fakta mens andre krævede forståelse af stoffet og sammenhænge heri. Et eksempel på et clickerspørgsmål der kræver forståelse, og den tilhørende svarfordeling ses i figur 1 (se fx Mathiasen, 2013, for gennemgang af spørgsmålstyper). Der blev oftest afholdt én afstemningsrunde hvor de studerende fra starten blev opfordret til at diskutere svarmulighederne igennem med sidemanden.

## Resultater – de studerendes oplevelse af forelæsninger

Af interviewene identificeredes følgende problemstillinger omkring traditionelle forelæsninger: *begrænset læringsudbytte, for højt tempo, forelæserens altafgørende rolle og*

5 Deltagerne i BB501 var kommende studerende i fysik, kemi, nanobioscience, farmaci, matematik, anvendt matematik, biomedicin, biologi eller biokemi og molekylær biologi.



# I hvilken retning sker DNA syntesen?

template

5'

primer

3'

1. Mod højre

5'

3'

2. Mod venstre

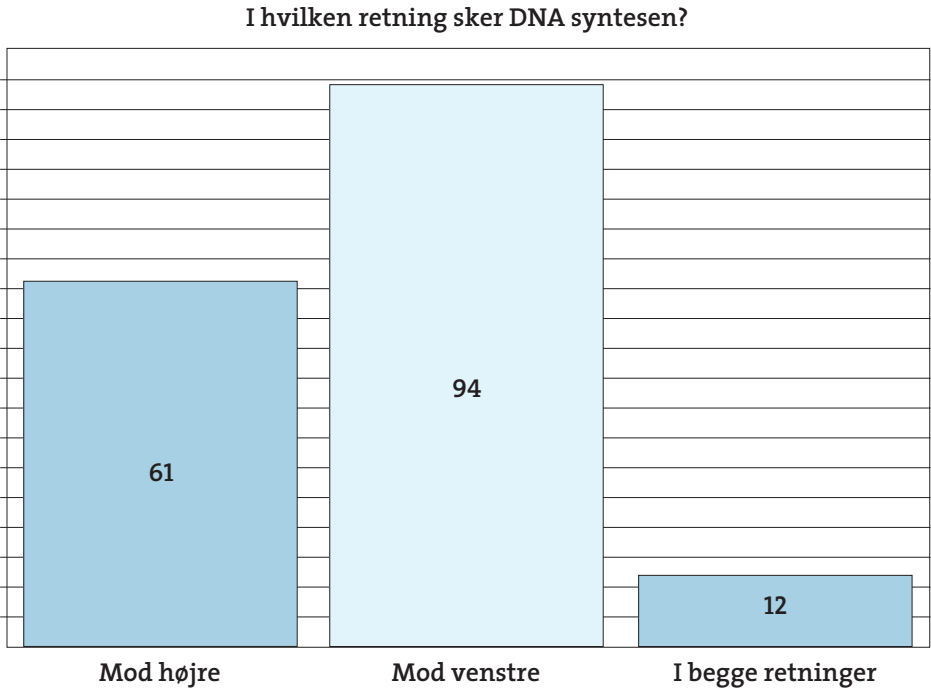
5'

3'

3. I begge retninger

5'

3'



Figur 1. Eksempel på clickerspørgsmål og tilhørende svarfordeling i kurset BB501.

*uengagerede forelæsere, frygt for ydmygelse hos studerende, passivitet og manglende koncentration.* Tekstboks 3 giver eksempler på udtalelser i interviewene.

#### Tekstboks 3 – citater fra interviews omhandlende traditionelle forelæsninger

*"[...] du skal ind, og så skal du sætte dig ned på din plads, og så skal du lytte og også tage noter, og så går du igen. Altså du ved hvad du skal. Der bliver ikke, som regel ikke, forventet noget af dig." – Femteårsstuderende*

*"[...] så begynder man at lægge mærke til hvordan han [forelæseren] snakker, eller hvad for noget tøj han har på, og nogle gange der så, nu der kan man jo lige tjekke sin mail på mobilen eller sende en sms eller skrive indkøbsseddel til om eftermiddagen, og så, når man er færdig med det, så kan man så prøve at koncentrere sig om hvad forelæseren siger igen." – Femteårsstuderende*

*"[...] det har meget stor betydning om læreren gerne vil forelæse, gerne vil lære andre personer noget [...] man kan godt mærke hvis en lærer ikke er så glad for at undervise, bare helst ville sidde i laboratorium [...]" – Førsteårsstuderende*

## Diskussion – de studerendes oplevelse af forelæsninger

**Begrænset læringsudbytte:** De studerende gav udtryk for at læring primært foregår når de studerende aktivt arbejder med stoffet, men at forelæsningerne ikke understøtter dette. Det er problematisk og kunne tyde på at andre undervisningsformer eller elementer af andre undervisningsformer under forelæsningen bedre kan fremme læringen hos de studerende. Ingen af de studerende taler dog for at afskaffe den traditionelle forelæsning. De studerende giver heller ikke udtryk for at være frustrerede over forelæsninger pga. manglende læringsudbytte, hvilket indikerer at forelæsningen tilbyder andet som gør det værd at deltage for de studerende. Det skal dog bemærkes at de læringsudbytter der omtales, beror på de studerendes egne vurderinger.

**For højt tempo:** Flere respondenter fortæller at forelæsninger meget ofte går i for højt tempo. Netop derfor foretrækkes tavleundervisning ofte da tempoet automatisk sættes ned. En respondent beskriver det som at "*blive kørt over af et tog*" når tempoet er for højt. Det høje tempo kan hænge sammen med et ønske om at nå igennem dagens stof, hvilket genkendes af Horgan (1999). Dette er et ønske der blot kommer til at modvirke intentionen.

**Forelæserens altafgørende rolle og uengagerede forelæsere:** To respondenter indrømmer ligefrem at have til- og fravalgt kurser pga. forelæseren. Dette afslører en problematik omkring forelæsernes afgørende rolle for oplevelsen af forelæsninger. En forelæser dømmes hurtigt til enten at være god eller dårlig baseret på især sin udstråling af engagement og interesse for de studerende. Omvendt ligger der en potentiel fordel i at valget af en forelæser der udstråler engagement, ligefrem kan øge motivationen og læringen hos de studerende, jævnfør Svinicki & McKeachie (2011). Om ikke andet kan et generelt fokus på at udstråle engagement (hvad enten det er til stede eller ej) potentielt forbedre de studerendes oplevelse af forelæsninger.

**Frygt for ydmygelse hos studerende:** At studerende frygter at udstille deres egen uvidenhed, er en generel hæmsko for forelæserens mulighed for at interagere med de studerende undervejs i en forelæsning. Frygten er med til at fastholde formen af de traditionelle forelæsninger hvor de studerende forbliver passive, og forelæseren ikke har mulighed for at fornemme om de studerende forstår stoffet. Det vurderes at forelæsere med de rette metoder kan skabe en bedre kontakt med og fornemmelse af de studerende.

**Passivitet:** At de studerende som udgangspunkt er passive lyttere til forelæsninger, understreges af beskrivelsen om de manglende forventninger til de studerende ud over at møde op, sidde, lytte og gå hjem igen når forelæsningen er ovre (se tekstboks 3). Det vurderes at eventuelle ændringer af studerendes passive rolle kan lettes hvis de studerende fra starten af deres studium vænnes til at skulle deltage aktivt.

**Manglende koncentration:** Et generelt problem er de studerendes varierende koncentration under forelæsninger. Det beskrives at tankerne ofte går til irrelevante ting når *"man bare sidder og stirrer"* hvilket igen henviser til de studerendes passive rolle under forelæsninger. Beskrivelsen svarer meget præcist til McKeachie's (1980) observation af studerende der sidder og skriver beskeder eller tegner kruseduller. Respondenterne foreslår selv aktivering, fx ved diskussion, som middel til at øge koncentrationen og genskabe fokus. Dette stemmer godt overens med anbefalinger af bl.a. Svinicki & McKeachie (2011) der mener at variation kan opretholde opmærksomheden hos de studerende.

De identificerede problematikker omkring forelæsningerne indikerer at der på Syddansk Universitet er et perspektiv for ændring af den traditionelle forelæsning inden for naturvidenskabsundervisningen. Et omfattende udviklingsarbejde omkring undervisningen og særligt første studieår er da også allerede i gang (Dyrberg og Michelsen, under udgivelse). Her er der bl.a. fokus på at selv forelæsningerne skal være aktiverende og involverede. Undersøgelsen her er således med til at berette indsatsområdet.

## Resultater – evaluering af clickerforelæsninger

### *Underviserens oplevelser og erfaring med clickers*

Underviseren benytter primært clickers til løbende at modtage feedback på de studerendes forståelse og derudfra vurdere et eventuelt behov for at gå tilbage og gennemgå stoffet på en anderledes måde. Desuden ser underviseren en potentiel fordel i at kunne engagere uinteresserede studerende og skabe et mentalt afbræk i timen, hvilket han vurderer nødvendigt ved selv meget spændende emner. Clickernes læ-

Tekstboks 4 – citater fra interviews og spørgeskema om clickerforelæsninger

*“... de rigtig sjove eksempler, det er der hvor man har en fifty-fifty-fordeling imellem to svarmuligheder. Og der har jeg så flere gange undladt at afsløre det rigtige svar og så bedt dem om at forholde sig til spørgsmålet en gang til... sammen med sidemanden. ... som regel, så ender det faktisk med at svarene, de forskydes imod det rigtige. [...] de studerende selv der har lært hinanden stoffet.” – Underviseren*

*“... Og det har jo den effekt også at det får alle dem der sidder og dagdrømmer, de får en mulighed for at komme ind igen i lokalet og være med. ... Det er sådan en måde at synkronisere alle hjernerne. [...]” – Underviseren*

*“[...] så vender man det lige med sidemanden og hører personens synspunkter, og så kommer man frem til en konklusion sammen, og det synes jeg hjælper meget, for så bliver man lige opmærksom på hvad det egentlig var, man måske lige havde glemt i løbet af forelæsningen.” – Førsteårsstuderende*

*“[...] så hvis det er forkert, så har jeg spurgt dem [sidemændene] hvad de har svaret, og hvis de så har svaret rigtigt, så beder jeg dem om at forklare mig det sådan så jeg forstår det. For de kan jo sige det kortere og meget mere præcist i et sprog man forstår.” – Førsteårsstuderende*

*“Det er en supergod måde at lære på. Man bliver nødt til at snakke med dem man sidder ved siden af, om spørgsmålene, og det giver rigtig meget.” – Spørgeskema-respondent*

*“[...] clickers er rigtig god del af undervisningen fordi det engagerer den enkelte til at tage stilling til noget konkret. Man finder samtidig ud af om man har styr på stoffet [...] Det afspejler samtidig over for underviseren om det er blevet forklaret godt nok, eller om det har været uklart [...]” – Spørgeskema-respondent*

ringspotentiale identificerer underviseren som faciliteringen af diskussion mellem de studerende som han har gode erfaringer med. Diskussionen tjener desuden til at udkrystallisere eventuelle misforståelser.

Underviseren oplevede det overraskende udfordrende og tidskrævende at finde på gode clickerspørgsmål med tilhørende plausible svarmuligheder. Han mener at det er her den største opgave ligger for en underviser der vil benytte clickers for første gang. Af andre ulemper nævnes det logistiske i at skulle uddele og indsamle clickerne. I tekstboks 4 fremhæves nogle af underviseres udtalelser.

### *De studerendes holdninger til clickers*

Respondenterne i interviewundersøgelserne er positive over for clickers og fremhæver anonymitet, udfordring til og mulighed for at tænke, diskussioner med med-studerende, øget engagement, visualisering af svarfordelinger, indblik i forståelsen for både studerende og forelæseren og evne til mentalt at hive studerende tilbage i forelæsningsen som fordele ved clickers. Tekstboks 5 giver eksempler på udtalelser fra de studerende omhandlende clickers.

At diskutere svarmulighederne til et clickerspørgsmål og argumentere for sin mening i de såkaldte summemøder giver ifølge respondenterne et stort læringsudbytte. Om aktiviteten fortæller respondenterne at aktiviteten i forelæsningsalen øges markant når et clickerspørgsmål stilles: Personer der halvsover, vågner op og deltager, og der snakkes i hele forelæsningslokalet.

Clickerspørgsmålene må dog ikke tage for lang tid, ligesom forelæseren skal have overvejet hvorfor og hvordan clickers benyttes. Clickerspørgsmålene skal ifølge respondenterne teste forståelse og ikke genkaldelse af fakta og skal være af en sværhedsgrad så den enkelte studerende både oplever at svare korrekt og forkert. Generelt kan der rent logistisk med at skulle hente og aflevere clickeren være nogle irritationsmomenter. Nogle respondenter har desuden oplevet useriøse studerende der tog og svarede med flere clickers pr. person.

Tabel 1 giver en oversigt over spørgeskemabesvareelserne samt de tilsvarende besvarelser fra Addison et al. (2009).

Overordnet stemmer resultaterne fra de to undersøgelser godt overens med hinanden. En mindre forskel ses ved udsagnet *“Jeg synes clickerspørgsmål tog tid fra forelæsninger der kunne bruges bedre på at præsentere viden”* hvor hhv. 6 % og 16,4 % af respondenterne erklærede sig enige i BB501 og i Addison et al. (2009).

Angående fremmødet ses en forskel på hhv. 11 % og næsten 39 % i BB501 og Addison et al. (2009) der erklærer at clickers påvirker fremmødet til forelæsninger positivt. En forskel i nuanceringen af selve formuleringerne af udsagnene bemærkes dog her. Formuleringen i Addison et al. (2009) gik på om clickers opmuntrede til øget fremmøde, mens formuleringen i den danske oversættelse gik på et konkret øget fremmøde. Den

Udsagn	Resultater fra BB501 (2011)		Resultater fra Addison et al. (2006)	
	Enig (%)	Uenig (%)	Enig (%)	Uenig (%)
Clickerspørgsmål hjalp mig til at øge min læring.	89	4	86,1	3,9
Clickerspørgsmål hjalp mig til at bygge en solid forståelse af kernekoncepter i kurset.	74	6	84,9	3,9
Jeg synes clickerspørgsmål tog tid fra forelæsninger der kunne bruges bedre på at præsentere viden.	6	79	16,4	58,6
Clickerspørgsmål hjalp mig til at fokusere og være mere opmærksom til forelæsninger.	83	6	80,3	5,9
Clickerspørgsmål gav mig mulighed for at være direkte engageret i stoffet der blev præsenteret.	89	2	87,5	4,6
Clickers fik mig til at møde op til flere forelæsninger.*	11	46	38,8	26,3
Jeg kunne bedre lide forelæsninger pga. clickers.	68	6	26,3	57,3
Jeg kunne godt lide at vide hvordan de andre studerende svarede på clickerspørgsmålene.	59	13	69,1	10,5
Clickers bør bruges fremover i BB501.*	98	2	89,2	2,0

**Tabel 1.** Sammenligning af resultater fra hhv. BB501 og Addison et al. (2006). \*Disse spørgsmål er ikke direkte oversættelser fra Addison et al. (2009), hvor formuleringerne var hhv. "The iClicker questions encouraged me to attend lectures more regularly" og "the use of iClicker questions in this course should be continued in the future". Svarmulighederne "helt enig" og "delvist enig" er samlet til en kategori kaldet "enig", og tilsvarende for kategorien "uenig". I tabellen er andelen af studerende der angav "hverken/eller", ikke medtaget.

største forskel mellem Addison et al. (2009) og resultaterne fra BB501 er andelen af studerende som angav at være enige i bedre at kunne lide forelæsninger pga. clickers. Her var andelen 68 % ved BB501 mod 26,3 % i Addison et al. (2009).



## Diskussion – evaluering af clickerforelæsninger

### *Identifikation af styrker og svagheder ved clickers*

Der er generelt stor overensstemmelse mellem de styrker og svagheder som både de studerende og underviseren identificerer ved clickers i både interview- og spørgeskemaundersøgelsen. Der sker en triangulering i kraft af at fokusgruppedeltagernes udsagn ofte genfindes i spørgeskemaundersøgelsen hvor respondenterne i kommentarfeltene påpeger mange af de samme gavnlige effekter og problemstillinger omkring clickers som fokusgruppedeltagerne. Se tekstboks 5 for de identificerede styrker og svagheder. Heraf kommenteres enkelte i det følgende.

#### Tekstboks 5 – identificerede styrker og svagheder ved clickers

##### Styrker

- Feedback af forståelse
- Anonymitet
- Udfordrer til at tænke
- Peer learning gennem diskussion
- Afbræk i forelæsningen
- Uinteresserede engageres
- Øget aktivitet.

##### Svagheder

- Tager tid fra forelæsningen
- For lette spørgsmål
- Multiple choice-spørgsmål
- Logistiske udfordringer
- Useriøse studerende.

**Feedback af forståelse:** Clickernes evne til at give feedback til både studerende og undervisere undervejs i forelæsningen vurderes til at være en stor og meget betydningsfuld fordel idet det eliminerer et af de store kritikpunkter ved forelæsninger – at forelæseren ikke har fornemmelse af om de studerende forstår det forklarede, og om han/hun udtrykker sig klart nok (Herskin, 1995). Desuden giver den løbende tilpasning af forelæsningsindhold, som følge af forelæserens reaktion på svarfordelingerne, de studerende en følelse af at kurset tilpasses netop dem, og at forelæseren har omtanke for dem og er engageret i deres læring.

**Anonymitet:** Anonymiteten ved clickers vurderes til at kunne afhjælpe den velkendte problemstilling at mange studerende frygter at udstille sig selv ved at svare på spørgsmål fra forelæseren.

**Afbræk i forelæsningen:** Clickers er effektive til at skabe afbræk i forelæsninger der mentalt "hiver" de studerende tilbage. Dette afhjælper den varierende koncentration som deltagerne i fokusgruppeinterviewene pointerede som en problemstilling omkring traditionelle forelæsninger.

**Tager tid fra forelæsningen:** At implementeringen af clickers eller andre måder at indføre spørgsmål og/eller diskussion på tager tid fra den traditionelle forelæsning, er et vilkår. De studerende der bemærker at clickers nødtigt skal tage lang tid fra forelæsningen, giver generelt udtryk for at foretrække forelæserens klassiske monolog hvor "forelæseren trods alt er underviseren der ved bedst". Det vurderes at tidsforbruget på clickers kan forsvares når blot clickers akkompagneres af en pædagogik der tillader aktiv bearbejdning og/eller diskussion med medstuderende.

**For lette spørgsmål:** Problematikken omkring for lette spørgsmål udtrykkes særligt af de studerende som mener at spørgsmålet er spild af tid hvis det er for let, idet sådanne spørgsmål ikke opfordrer til at tænke. I så fald bliver spørgsmålet et irritationsmoment der unødigt forstyrrer flowet i forelæsningen. Problematikken understreger vigtigheden af at clickerspørgsmål indgår som en naturlig del af forelæsningen, og at underviseren har en pointe med at stille netop dette spørgsmål.

### *Identifikation af clickernes læringspotentialer*

Med udgangspunkt i konstruktivistisk læringsteori vurderes muligheden for aktiv bearbejdelse af stoffet som et konkret læringspotentiale ved clickers. Dette sker fx når de studerende udfordres og gives tid til at overveje spørgsmålet. Det andet – måske større – læringspotentiale er facilitering af diskussion mellem de studerende. Dette giver en peer learning-situation som kan begrundes socialkonstruktivistisk idet de studerende udvikler deres viden og forståelse i gensidig dialog med hinanden. Det følger heraf at der potentielt kan opnås et endnu større læringsudbytte ved at udnytte begge læringspotentialer: individuel bearbejdning af stoffet og efterfølgende faglig kommunikation med sine medstuderende.

Diskussion vurderes til at være særlig vigtig og give et stort udbytte i forhold til træning i at argumentere fagligt og vurdere andres argumenter hvilket er vigtige læringsmål i mange kurser. Særligt for naturvidenskabelige kurser kan muligheden for at træne disse kompetencer ofte være tiltrængt da mange af især introducerende kurser i høj grad er præget af tilegnelsen af fakta.

Det understreges at clickers ikke kan stå alene, men at clickers er et redskab der kan bruges til at understøtte den pædagogiske og didaktiske tilgang i undervisningen. Som Mathiasen (2013) påpeger, kan gode undervisere forbedre deres undervisning med clickers mens dårlige undervisere ikke automatisk forbedrer deres undervisning ved blot at bruge clickers.

### *Positiv modtagelse hos alle?*

Dette studium rapporterer ligesom mange andre studier (review af Caldwell, 2007) om stor positivitet over for clickers. Knight & Wood (2005) udførte en afstemning både i starten og slutningen af deres undersøgte kursus. Trods en mere positiv vurdering af clickernes brugbarhed i slutningen af kurset end ved starten var der dog stadig ved kursets afslutning ca. 20 % som mente at clickerne ikke eller kun i ringe grad var brugbare. Dette er en betydelig del som er værd at tage i betragtning, og som åbner op for en generel diskussion af hvorvidt ellers effektive læringstilgange skal forkastes fordi en gruppe studerende ikke bifalder dem. Der kræves yderligere forskning i hvori disse 20 % studerendes forbehold består. Nærværende undersøgelse nævner enkelte kritikpunkter, men indeholder ingen dybdegående forklaringer på grundlæggende negative holdninger over for clickers eller den benyttede pædagogiske strategi.

Addison et al. (2008) fandt en interessant sammenhæng mellem en øget tendens til at vurdere clickers negativt og være blandt de lavest præsterende. Dette er bemærkelsesværdigt idet tiltag som clickers gerne skulle være til gavn for alle studerende og måske endda særligt de akademisk svageste. Værdien af at forhøje læringsudbyttet for allerede højtpræsterende studerende skal ikke underkendes, men det vil være særligt uheldigt hvis de svageste studerende vælger undervisning fra fordi de ikke bryder sig om clickers, og som resultat forsøger at komme igennem kurset på egen hånd. Der er selvfølgelig mange ting på spil når der tales om stærke og svage studerende, men det er bestemt et interessant spor at følge. Der ligger desuden også en generel problematik i studerendes evalueringer af undervisning: Er de selv i øjeblikket i stand til at vurdere problematikker omkring deres egen læring? Spørgsmålet ligger uden for rammen af denne artikel og diskuteres ikke yderligere her.

## Konklusion og perspektivering

På baggrund af de studerendes udtalelser konkluderes det at der på Syddansk Universitet er perspektiv for ændringer af den traditionelle forelæsning i forbindelse med en række problematikker: passivitet, for højt tempo, uengagerede forelæsere, manglende koncentration, frygt for ydmygelse og manglende læringsudbytte. Af disse vægter de studerende især uengagerede forelæsere, manglende koncentration og de studerendes passive rolle. Det er bemærkelsesværdigt at de studerende oplever et begrænset læringsudbytte, men ikke fremhæver dette som en væsentlig problematik.

Ligesom det berettes fra andre studier, er respondenterne i dette studium positive over for clickers hvilket fremgik af både interviews og spørgeskemaer samt af underviserens oplevelser. Størstedelen af respondenterne oplevede bl.a. at deres opmærksomhed og engagement blev påvirket i positiv retning ved brug af clickers. Endvidere blev to læringspotentialer ved clickers identificeret: peer learning ved faglige diskus-

sioner med medstuderende og aktiv bearbejdelse af stoffet i kraft af udfordring til og mulighed for “at tænke” undervejs i forelæsningen.

Det store spørgsmål er nu: Sker der reelt en øget indlæring? Her er studierne mindre enstemmige. Fremtidige studier af clickerundervisning i Danmark kan med fordel adressere dette spørgsmål. Der er endnu kun få publicerede studier angående brugen af clickers på danske universiteter. Det er relevant med danske undersøgelser da bl.a. kulturelle forskelle i tilgangen til undervisning gør at implementeringen af nye metoder ikke altid kan forventes at give samme resultat forskellige steder.

## Referencer

### Artikler og bøger

- Addison, S., Wright, A. & Milner, R. (2009). Using Clickers to Improve Student Engagement and Performance in an Introductory Biochemistry Class. *Biochemistry and Molecular Biology Education*, 37(2), s. 84-91.
- Biggs, J. & Tang, C. (2007). *Teaching for Quality Learning at University* (3. udgave). Open University Press.
- The changing scene in university teaching, kap. 1
  - Teaching according to how students learn, kap. 2.
- Bligh, D.A. (2000). *What's the Use of Lectures?* (1. udgave). Jossey-Bass Publishers
- Evidence of what lectures achieve, kap. 1
  - Factors affecting students' attention, kap. 3
  - Motivating students, kap. 4
  - Lectures for the promotion of thought, kap. 15.
- Cavanagh, M. (2011). Students' Experiences of Active Engagement Through Cooperative Learning Activities in Lectures. *Active Learning in Higher Education*, 12(1), s. 23-33.
- Caldwell, J.E. (2007). Clickers in the Large Classroom: Current Research and Best-Practice Tips. *CBE-Life Sciences Education*, 6, s. 9-20.
- Crossgrove, K. & Curran, K.L. (2008). Using Clickers in Nonmajors- and Majors-Level Biology Courses: Student Opinion, Learning, and Long-Term Retention of Course Material. *CBE-Life Sciences Education*, 7, s. 146-154.
- Crouch, C.H. & Mazur, E. (2001). Peer Instruction: Ten Years of Experience and Results. *American Journal of Physics*, 69(9), s. 970-977.
- Dahl, B. & Troelsen, R. (2013). Forelæsning, kap. 4.1, *Universitetspædagogik*. Forlaget Samfundslitteratur.
- Draper, S.W. & Brown, M.I. (2004). Increasing Interactivity in Lectures Using an Electronic Voting System. *Journal of Computer Assisted Learning*, 20, s. 81-94.
- Duncan, D. (2006). Clickers: A New Teaching Aid with Exceptional Promise. *Astronomy Education Review*, 5(1), s. 70-88.

- Dyrberg, N.R. & Michelsen, C. (under udgivelse, 2014), Trefasemodellen – didaktisk planlægning af lokal progression (publiceres i *Dansk Universitetspædagogisk Tidsskrift*, Vol. 9 nr. 16).
- Fagen, A.P., Crouch, C.H. & Mazur, E. (2002). Peer Instruction: Results from a Range of Classrooms. *The Physics Teacher*, 40, s. 206-209.
- Guthrie, R.W. & Carlin, A. (2004). Waking the Dead: Using Interactive Technology to Engage Passive Listeners. *Proceedings of the Tenth Americas Conference on Information Systems*, New York.
- Hansen, B.M. & Nørregaard-Nielsen, E. (2008). Stikprøver og repræsentativitet, kap. 3, *Spørgeskemaer i virkeligheden*. Forlaget Samfundslitteratur.
- Herskin, B. (1995). Forelæsningen, kap. 8, *Undervisningsteknik for universitetslærere*, Samfundslitteratur
- Horgan, J. (1999). Lecturing for Learning, kap. 7, *A Handbook for Teaching and Learning in Higher Education – Enhancing Academic Practice*, Kogan Page.
- Knight, J.K. & Wood, W.B. (2005). Teaching More by Lecturing Less. *Cell Biology Education*, 4, s. 298-310.
- Kvale, S. (1994). Analysemetoder, kap. 11, *InterView – En introduktion til det kvalitative forskningsinterview*. Hans Reitzels Forlag.
- Machemer, P.L. & Crawford, P. (2007). Student Perceptions of Active Learning in a Large Cross-Disciplinary Classroom. *Active Learning in Higher Education*, 8(1), s. 9-30.
- Mathiasen, H. (2011). Clickers, en læringsunderstøttende ressource?, *Dansk Universitetspædagogisk Tidsskrift*, (11), s. 26-31
- Mathiasen, H. (2013). *Clickers*, kap. 4.6.2, Universitetspædagogik, Forlaget Samfundslitteratur.
- Mazur, E. (1997). Peer Instruction: Getting Students to Think in Class, *The Changing Role of Physics Departments in Modern Universities: Proceedings og ICUPE*, s. 981-988.
- McKeachie, W.J. (1980). Improving Lectures by Understanding Students' Information Processing, *New Directions for Teaching and Learning: Learning, cognition, and college teaching*, Jossey-Bass Publishers, s. 25-35.
- Nicol, D.J. & Boyle, J.T. (2003). Peer Instruction versus Class-wide Discussion in Large Classes: A Comparison of Two Interaction Methods in the Wired Classroom. *Studies in Higher Education*, 28(4), s. 457-473.
- Ramsden, P. (1992). *Learning to Teach in Higher Education*. Routledge.
- The nature of good teaching, kap. 6
  - Teaching strategies for effective learning, kap. 9.
- Siau, K., Sheng, H. & Nah, F.F. (2006). Use of a Classroom Response System to Enhance Classroom Interactivity. *IEEE Transactins on Education*, 49(3), s. 398-403.
- Svinicki, M. & McKeachie, W.J. (2011). McKeachie's Teaching Tips – Strategies, Research, and Theory for College and University Teachers (13. udgave, international edition). Wadsworth Cengage Learning.
- Facilitating Discussion: Posing Problems, Listening, Questioning, kap. 5

- How to Make Lectures More Effective, kap. 6
  - Active Learning: Group-Based Learning, kap. 14
  - Teaching Large Classes (You Can Still Get Active Learning!), kap. 18.
- Winsløw, C. (2006). Didaktiske elementer – En indføring i matematikkens og naturfagenes didaktik, Biofolia.
- Kognitiv udvikling, læring og konstruktivisme, kap. 5
  - Arbejdsformer, kap. 11.
- Wood, W.B. (2004). Clickers: A Teaching Gimmick that Works. *Developmental Cell*, 7, s. 796-798.

## Foredrag

Mazur, Eric, juni 2012, Frontiers in Science Teaching, Aarhus Universitet.

### Abstract

*The article describes the background for a thesis about lectures as teaching form and the use of clickers in lectures at The Faculty of Science, University of Southern Denmark and gives an extract of the results from the thesis. Besides a general positive attitude towards clickers the conclusion is that both students and their teacher experiences great learning outcomes from peer discussions facilitated by clickers and that class activity increases when using clickers. In closing, an assessment of optimal future use of clickers is given taking learning potentials into account.*

# Brug af didaktisk teori i læreres udvikling af modelleringsprojekter i matematik



Morten Blomhøj, IMFUFA,  
NSM, RUC



Tinne Hoff Kjeldsen, IND, KU

**Abstract** I artiklen præsenterer vi en skematik der kan udspænde brugen af forskellige repræsentationer af såvel proces- som objektaspekter af matematiske begreber i en modelleringskontekst. Skemaet er en af tre metoder, der er de foreløbige resultater af vores forskning i hvordan der kan bygges bro mellem didaktisk forskning og udvikling af matematikundervisning. Vi illustrerer, hvordan skemaet i et modelleringsprojekt om alkohol og THC der blev udviklet og afprøvet af gymnasielærere i forbindelse med et efteruddannelseskursus, kan fungere som et medierende link mellem didaktisk teori og udvikling af undervisningspraksis. Skemaet kan således støtte en forskningsbaseret udvikling af praksis.<sup>1</sup>

## Introduktion og forskningsspørgsmål

Gennem de seneste tre-fire årtier er der udviklet teorier om undervisning og læring i matematisk modellering. Ofte er teoriudviklingen foregået i tæt samspil med undervisningsforsøg og udviklingsprojekter. Det har givet anledning til nærmere definition af begreberne matematisk model og matematisk modellering, kategorisering af forskellige typer af matematiske modeller, analyse af forskellige begrundelser for inddragelse af modellering i matematikfaget og definition af modelleringskompetence, samt forslag til og analyse af forskellige måder at inkludere og bedømme udbyttet af modellering i forskellige type af curricula. De definitioner og teoretiske idéer, der er udviklet i denne forskning, har allerede haft betydelig indvirkning på modellerings rolle og placering i matematikundervisningen på curriculum niveau og i et vist omfang også på matematiklæreres forståelse af matematisk modellering. Gennemslaget

<sup>1</sup> Artiklen bygger på et foredrag af forfatterne ved Big Bang konferencen i marts 2013 og den findes også en kortere engelsk version (Blomhøj & Kjeldsen, 2013).

af denne forskningsmæssige udvikling i curricula og praksis er naturligvis meget forskelligt i forskellige kontekster. I Danmark har modeller og modellering længe været en del af matematikfaget på bekendtgørelsesniveau i gymnasiet. Emnet findes behandlet i lærebøger, og modellering kan også indgå til den mundtlige eksamen.

I matematikdidaktisk forskning findes der også teorier, der søger at afdække læringspotentialerne samt de didaktiske og læringsmæssige udfordringer ved matematisk modellering mere specifikt. Modellering ses her som et middel til at støtte elevernes tilegnelse af matematik (Zbiek & Conner, 2006) (Blomhøj & Kjeldsen 2006, 2010b). Denne forskning åbner for et samspil med mere generelle teorier om tilegnelse af matematiske begreber. Før disse teorier kan anvendes af lærere som grundlag for at udvikle og reflektere over egen praksis, må de imidlertid først konkretiseres i lærernes aktuelle undervisningsforløb. Det kræver typisk udvikling af ny teori i form af nye begreber eller kategoriseringer der kan skabe forbindelse mellem de didaktiske og læringsmæssige udfordringer lærerne oplever i deres undervisning.

I takt med matematikdidaktikkens udvikling til en videnskabelig disciplin er der sket en stigende specialisering og teoretisering der har øget afstanden mellem matematikdidaktisk forskning og undervisningens praksis. Der er en tendens til at forskningsprocesserne adskilles fra de udviklingsprocesser, der anvender forskningens resultater. Vi ser det som en generel udfordring for matematikdidaktisk forskning at skabe bedre forbindelse og sammenhæng mellem disse to typer af processer. Forskningsprocessen er traditionelt forskerens domæne og ansvar, mens ansvaret for processer, der søger at anvende forskningsresultater i udvikling af undervisningspraksis ikke kan placeres så entydigt i vores forsknings- og uddannelsessystem. Forskere, der indgår i udviklingsprojekter, læreruddannere, fagkonsulenter, lærere der holder efteruddannelseskurser, samt lærere eller grupper af lærere der arbejder med at udvikle deres egen praksis kan alle indgå i sådanne udviklingsprocesser, men ofte er det ikke deres primære ansvarsområde at sikre forskningsbaseret udvikling af praksis. Der mangler organisatoriske rammer, der systematisk kan støtte udvikling af undervisningspraksis i matematik gennem anvendelse af forskningsresultater. Der er ingen institutioner, der har direkte ansvar for at understøtte forskningsbaseret efter- og videreuddannelse af lærere. Det gælder både på grundskole- og gymnasialt niveau. Samtidig er det ikke en del af lærernes professionelle forpligtelse, at de skal deltage i forskningsbaseret efter- og videreuddannelse eller i udviklingsprojekter med henblik på at udvikle egen praksis. De skal deltage i efteruddannelse, men der er ingen krav om forskningsbaseret udvikling, og der er typisk ikke krav om at arbejde med udvikling af egen praksis i forbindelse med efteruddannelse.

I et større oversigtsstudium over brugen af forskning i udvikling af praksis konkluderer Jo Boaler (2008, s. 103) at lærernes direkte involvering i brug af teori i udviklingen af deres egen praksis er en meget væsentlig faktor for en succesfuld anvendelse af



forskningsresultater. Det bør være en opgave for matematikdidaktisk forskning at udvikle metoder der kan bringe forskningens resultater i kontakt med udvikling af undervisningens praksis.

I løbet af de sidste tre-fire år har vi forsket i at udvikle sådanne metoder. Vi har fokuseret på at udvikle metoder til at styre læreres involvering i forskningsbaseret udvikling af deres egen undervisningspraksis. Vores forskning er dels udsprunget af og dels foregået i samspil med et efteruddannelseskursus for gymnasielærere i problemorienteret projektarbejde i matematisk modellering (Blomhøj & Kjeldsen, 2006). Vi designede kurset i 2003 i forbindelse med gymnasireformen og har siden afholdt kurset otte gange. Der er således tale om udviklingsbaseret forskning hvor resultaterne af forskningen indarbejdes i udvikling af lærernes praksis allerede i forskningsprocessen.

Foreløbig har vores forskning resulteret i udvikling af metoder inden for tre områder, der kan støtte forbindelsen mellem forskning og udvikling af undervisningspraksis: (1) Detaljeret og konkret beskrivelse og analyse af den modelleringsproces der er indeholdt i et modelleringsprojekt, med henblik på at afdække projektets potentiale til at udvikle elevers modelleringskompetence og til at støtte elevernes tilegnelse af centrale matematiske begreber og metoder. (2) Skema til at udspænde de forskellige repræsentationer af centrale matematiske begreber der kan indgå i elevers arbejde med en given modelleringsproblemstilling. (3) Konstruktion af dialoger (forventede eller forestillede) mellem lærer og grupper af elever i situationer hvor eleverne står over for en konkret udfordring i en given modelleringsproces.

I denne artikel præsenterer vi det andet af disse tre forskningsprodukter. Vi illustrerer brugen af sådanne skemaer i et problemorienteret projektforsløb i matematisk modellering om nedbrydningen af alkohol og THC (det euforiserende stof i hash). Dette projekt er udviklet af en gruppe lærere på kurset, og analyserne viser, hvordan skematikken kan bruges af lærerne i udviklingen af deres undervisningsforløb, og hvordan den kan fungere som et medierende link mellem matematikdidaktisk teori og udvikling af undervisningspraksis og således støtte en forskningsbaseret udvikling af praksis. Artiklen belyser gennem eksemplet følgende generelle forskningsspørgsmål:

*Hvordan kan teorier om matematisk modellering og matematiklæring integreres i et modelleringskursus for lærere i de gymnasiale uddannelser, således at lærerne involveres i forskningsbaseret udvikling af egen praksis?*

I det følgende redegøres der for organisering af kurset, samspillet mellem forskning og praksisudvikling og brugen af teori i kurset. Artiklen rundes af med afsluttende kommentarer og refleksioner om relationen mellem teori og praksis.

## Kursets struktur, organisering og formål

De otte gange, kurset har været afholdt, har der deltaget mellem 12 og 22 matematiklærere på gymnasialt niveau. Lærerne kommer fortrinsvis i par eller tre fra samme skole. Der er en særlig pointe ved at lærere fra samme skole udvikler fælles forløb, som de kan dele med andre kolleger på skolen, og at de har mulighed for at observere hinandens undervisning under forløbet. Kurset afvikles over fem til otte måneder inden for et skoleår. I denne periode gennemfører lærerne et forløb af en til to ugers (fem-ti lektioners) varighed, som typisk afløser skriftligt arbejde svarende til to normale opgavesæt. For lærerne svarer kurset til 7,5 ECTS-point, og de dokumenterer resultater og erfaringer fra forløbene i rapportform der fremlægges og diskuteres på kurset.

Kurset indledes med et tre-dagesseminar hvor lærerne får inspiration og støtte til at udvikle et undervisningsforløb inden for matematisk modellering. Der gives god tid til at lærerne kan samarbejde i grupper af to-tre lærere om at udvikle idéer til og designe dele af deres undervisningsforløb. Efter seminaret færdiggøres planlægningen og forløbene gennemføres i lærernes egne klasser. Undervejs i forløbet mødes kursusdeltagerne til et heldagsseminar. Fokus er her dels på pædagogisk observation i relation til udvalgte spørgsmål eller opmærksomhedspunkter. Dels gives der ideer og støtte til rapportering af udviklingsforløbene således at rapporterne kan blive af interesse for kolleger i matematik eller i de naturvidenskabelige fag. Kurset afsluttes med et to-dagesseminar hvor lærerne fremlægger deres udviklingsprojekter baseret på foreløbige rapporter fra undervisningsforløbene og en mundtlig præsentation på seminaret.

Ved det første seminar introduceres deltagerne til matematisk modellering og problemorienteret projektarbejde som ramme for udvikling af deres undervisningsforløb. Endvidere introduceres forskellige teorier om læring af matematiske begreber. Disse bliver nærmere præsenteret i afsnittet "Brugen af teori i kurset".

I den første fase af arbejdet med udvikling af undervisningsforløbene bliver grupperne bedt om at fokusere på fire punkter: (1) Deres intentioner for egen udvikling som matematiklærere i forbindelse med kurset. Hvad er det de specifikt ønsker at eksperimentere med i forløbet i forhold til deres sædvanlige undervisning? (2) Hvad er hovedintentionerne for elevernes udbytte af arbejdet med modellering og problemorienteret projektarbejde? (3) Hvordan kan scenen sættes for elevernes projekt(er) således at de selv kan overtage styringen af (dele af) modelleringsprocessen i forløbet? (4) Hvordan skal elevernes arbejde evalueres (krav til rapport, fremlæggelser mv.), og hvordan skal elevernes læringsudbytte vurderes gennem observation og vurdering af produkter?

Gruppernes første idéer og skitser til forløb bliver fremlagt og diskuteret under det første internat, og de får feedback fra de øvrige grupper og fra os kursislærere. Et par uger efter det første seminar rundsendes reviderede elevmaterialer og skitser til

undervisningsforløbene. I løbet af et par måneder er forløbene færdigudviklede og lærerne gennemfører hver især deres forløb i mindst én klasse. På nogle skoler er det muligt for lærerne at overvære (dele af) forløbet hos hinanden. Det giver et særlig godt grundlag for efterfølgende refleksion og videreudvikling af forløbet.

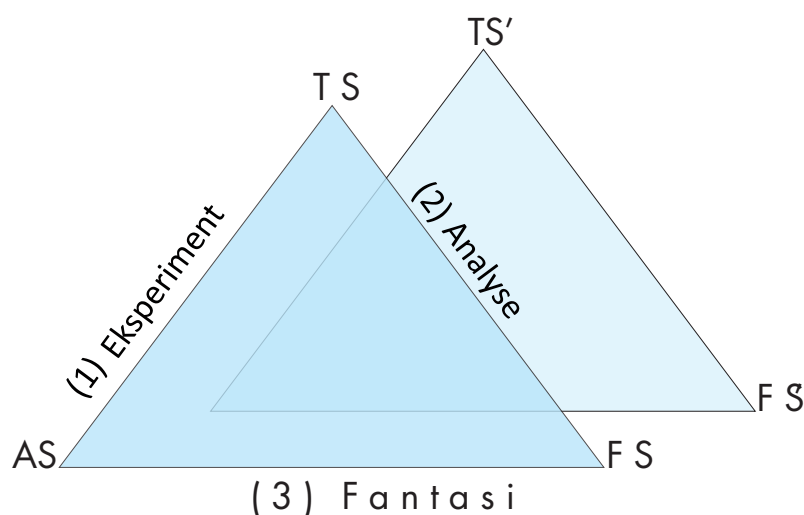
Forud for det afsluttende seminar indsender grupperne foreløbige rapporter over deres udviklingsprojekter, og disse fordeles til alle deltagere. Rapporterne indeholder overvejelser om forløbets udviklingssigte for lærerne og læringsmål for eleverne, dokumentation af forløbet med timeplan og materiale til eleverne, eksempler på elevrapporter eller andre produkter, udvalgte pædagogiske observationer og indledende overvejelser om vurdering af elevernes udbytte og evaluering af projektet. Ved det afsluttende seminar præsenteres og diskuteres de foreløbige rapporter, og grupperne får feedback til videreudvikling af forløbet og til afrapporteringen. På grundlag heraf og efterfølgende skriftlige kommentarer til de foreløbige rapporter fra kursusholderne udarbejder lærerne endelige rapporter over deres udviklingsprojekt med reviderede planer for undervisningsforløbet. Hvis lærerne ønsker det, bliver de endelige rapporter gjort tilgængelige via webportalen emu.dk.

## Samspil mellem forskning og udvikling af praksis

Overordnet betjener vi os i udviklingen af vores kursus og i den tilhørende forskning af en metodisk forståelse og tilgang, der er tæt på den man finder i critical mathematics education (Skovsmose & Borba, 2004), (Skovsmose, 2006). Her skelnes mellem tre typer af situationer i relation til et forsknings- og udviklingsprojekt, der sigter på at integrere forskningsprocesser og forskningsresultater i udviklingen af en konkret matematikundervisningspraksis. De tre forskellige situationer og deres fortolkning i forhold til vores kursus er: den aktuelle situation (AS) som betegner den eksisterende praksis vedrørende matematisk modellering for den enkelte lærer, der deltager på kurset; den forestillede/intenderede situation (FS) som den enkelte lærer forestillede sig/ønskede at skabe i projektforløbet i sin klasse, og den tilrettelagte situation (TS) som betegner den undervisningssituation, der rent faktisk etableres i det planlagte undervisningsforløb når den enkelte lærer gennemfører det planlagte forløb. I de tre situationer indgår både overvejelser om lærernes mål for egen udvikling samt deres mål for elevernes projektarbejde, deres modelleringsarbejde og deres læring af udvalgte matematiske begreber. I hvilket omfang og hvor tyngden ligger hvad angår elevernes arbejde afhænger af, hvad lærerne har angivet som hovedintentionerne for elevernes udbytte af projektforløbet. Det er en pointe, at de tre situationer vil være forskellige for alle lærere i samme gruppe selvom de i gruppen samarbejder om udvikling af "det samme" projektforløb.

Der er tilsvarende tre forskellige processer, der forbinder de tre situationer: (1) pædagogisk eksperimenteren med praksis; (2) udforskende analyse af det realiserede i lyset

af det forestillede/ønskede; (3) pædagogisk fantasi i form af ønsker om en anden praksis vedrørende matematisk model. Forbindelsen mellem de tre situationer og de tre processer (Skovsmølle, 2006:263).



**Figur 1.** Den metodologiske trekant i kritisk matematikundervisningsarbejdet fra Skovsmølle (2006, s. 263).

I vores kursus bruger vi teori om matematisk modellering og matematiske begreber til at skabe et fælles grundlag for udvikling af forestillede/ønskede situationer i relation til forløb i deres eget klasse. I diskuterer lærerne deres idéer til projektforløb ud fra bl. a. en forestillet situation eller praksis, de gerne vil etablere i deres undervisning. I seminar hjælper vi lærerne med at anvende elementer fra metodologien (se nedenfor) som grundlag for deres design af et projektforløb. En væsentlig pointe i metodologien, at der er afstand mellem den forestillede situation og den i forløbet tilrettelagte (realiserede) situation. Den vej til realisering af en bestemt mere eller mindre ideal situation. Det er for at opfatte dette grundforhold som frustrerende lægger vi vægt på diskrepansen mellem den realiserede og den forestillede situation. Vi fortsat udvikling gennem udforskende analyse og refleksion.

Ved det afsluttende seminar fremlægges og diskuteres de læreres sammenholde lærernes mål for egen udvikling og for elevernes udvikling for den forestillede situation på den ene side og på den anden side af den gennemførte undervisning og elevernes modelleringsvirksomhed.

i undervisningen gennem gruppearbejdet, dialoger med læreren, fremlæggelserne, de skriftlige rapporter og efterfølgende refleksioner. Det ser vi som udforskende analyse (proces 2) af relationen mellem TS og FS for grupperne og for den enkelte lærer. Sammen med lærerne diskuterer vi idéer til videreudvikling af designet med henblik på at komme tættere på den forestillede situation (proces 3). Der etableres herved et grundlag for et nyt gennemløb af den metodologiske trekant i figur 1: Den faktisk etablerede situation (TS) som lærerne realiserede i deres undervisning som led i vores kursus, er nu i mere eller mindre overensstemmelse med den aktuelle situation (AS') alt efter i hvor høj grad det lykkes læreren at implementere den nye praksis i sin almindelige undervisning. På grundlag af lærernes erfaringer fra deres forløb og efterfølgende refleksion ændrer lærerne også deres forestillede situation (FS') af hvad de vil med matematisk modellering i deres undervisning. Målet flytter sig med andre ord og udviklingsprocessen må fortsætte. Næste gang lærerne gennemfører det modelleringsprojektet i en ny klasse har deres udgangspunkt ændret sig fra AS til AS', og deres ønsker har ændret sig, som beskrevet ovenfor, fra FS til FS', og når de har gennemført modelleringsprojektet i klassen vil den tilrettelagte situation have ændret sig fra TS til TS' – og processen kan fortsætte. Se figur 1.

På kurset følger vi lærerne i det første gennemløb af trekanten og videre i beskrivelsen af den nye aktuelle situation (AS'), i processen (proces 3) fra AS' til en ny forestillet/ønsket situation (FS') og i processen (proces 1) af en ny tilrettelagt situation (TS'). I diskussionerne på kursets afsluttende seminar danner de tre omtalte metoder (1)-(3) til at støtte forbindelsen mellem teoriniveauet og undervisningspraksis en afgørende rolle i processen med at vejlede lærerne om de tre situationer og i analysen af hvordan, de selv kan videreudvikle modelleringsprojektet. Lærerne støttes i at forbinde teori og praksis ved hjælp af de tre metoder i deres fortsatte arbejde med at udvikle deres praksis i matematisk modellering. Selve gennemførelsen af det reviderede modelleringsprojektforløb (etableringen af TS') og den udforskende analyse (proces 2) af det realiserede (TS') i forhold til den forestillede/ønskede situation (FS') følger vi ikke på kurset. Disse elementer af den videre udvikling er overladt til lærerne i deres forhabentligt fortsatte samarbejde på skolerne.

Vi har ikke systematisk indsamlede oplysninger om i hvilket omfang udviklingsprocessen fortsætter for kursUSDeltagerne, men vi har spredte oplysninger og information om at flere af projekterne der er udviklet på kurset, bliver videreudviklet enten i forhold til progression eller i forhold til implementering i andre klasser på samme klassetrin. Som eksempel på det første er et forløb om medicindosering, der blev udviklet og prøvet af i en 1. g-klasse, blevet videreudviklet og taget op igen da klassen gik i 3. g hvor der var mulighed for at eleverne kunne arbejde med differentialligninger og undersøge modellerne analytisk i stedet for som i 1.g at arbejde med differensligninger og beregning i regneark. Som eksempel på det andet kan vi nævne et projekt om design

af en vodkaklovn (en 33-cl-flaske i et spændende og appellerende design). Det indgår nu som et mere eller mindre fast element i 2. g-klasser med matematik på A-niveau på det pågældende gymnasium i et forløb om differentialregning og optimering.

## Brugen af teori i kurset

Ved det første seminar bliver deltagerne introduceret til matematikdidaktiske teorier inden for nedenstående tre domæner.

(I) Teori om problemorienteret projektarbejde (Blomhøj & Kjeldsen, 2010a; Kolmos, 2009). Fokus er her på betydningen af formuleringen af et problem, der kan være styrende for modelleringsprocessen, og som derved gør det muligt for eleverne at tage kontrollen over deres arbejde, samt på hvordan processen kan styres gennem milepæle for elevernes proces og gennem lærerens vejledning undervejs i processen. Den måde scenen sættes på for projektet i klassen – problemformuleringen og de eksplícitte krav til form og indhold i elevernes rapporter – er de væsentligste didaktiske instrumenter til at styre projektførelsen.

(II) Teorier om matematiske modeller, herunder begrundelser for modellering i gymnasial matematikundervisning, modelleringsprocessen og -kompetence (Blomhøj, 2006), (Niss et al, 2007; Blomhøj & Kjeldsen, 2010a). Fokus er her på at illustrere og diskutere modelleringsprocessen i forhold til konkrete eksempler og lærernes idéer til modelleringsprojekter i deres undervisningsforløb. Vi lægger specielt vægt på de forskellige typer af refleksioner ved de forskellige delprocesser i modelleringsprocessen og deres potentielle læringsmæssige udbytte for eleverne.

(III) Teori om læring af matematiske begreber. Udgangspunktet er her at arbejdet med modellering i gymnasiets matematikundervisning har som en væsentlig del af sin berettigelse at modellering kan være et effektivt didaktisk middel til at støtte og udvide elevernes forståelse af de indgående matematiske begreber og metoder og til at motivere (nogle af) eleverne til at arbejde med de matematiske begreber (Blomhøj & Kjeldsen, 2010b). Vi præsenterer og diskuterer teoretiske idéer i relation til: forskellige repræsentationers betydning i tilegnelsen af matematiske begreber (Steinbring, 1987), samspillet og dualiteten mellem proces- og objekt forståelse af matematiske begreber samt Anna Sfard's (1991) model for udvikling og tilegnelse af matematiske begreber; elevers begrebsforståelse og begrebsbilleder (Tall & Vinner, 1981; Vinner & Dreyfus, 1989); samt idéen om udviklingen i modellens rolle i tilegnelse af et matematisk område fra en model af en bestemt konkret situation til en model for tilegnelse af og refleksion over et matematisk begreb eller begrebsområde. Denne teori er udviklet inden for RME (realistic mathematics education), se Gravemeijer (1994).

Vi mener parallelt med diSessa & Cobb (2004), at disse (og andre teorier) har meget at tilbyde som grundlag for og inspiration til udvikling af matematikundervisningens

praksis gennem udviklingsprojekter generelt og i særdeleshed i relation til udvikling af undervisningsforløb inden for matematisk modellering. Men inden teorier kan blive til hjælp og inspiration for lærernes udvikling af projektforløb, er det nødvendigt at de bliver konkretiseret og forbundet til lærernes projekter og den undervisningskontekst hvori de skal gennemføres. Der kan skabes sådanne forbindelser mellem forskning og udvikling af praksis gennem mellemlid af teori eller kategorisering, der forbinder de mere generelle teoretiske idéer med de konkrete udfordringer lærerne står over for ved design og gennemførelse af samt refleksion over eksperimenterende undervisningsforløb i matematisk modellering.

Som nævnt i introduktionen har vi med udgangspunkt i vores fortsatte udvikling af efteruddannelseskurset i løbet af de sidste tre-fire år forsket i at udvikle metoder, der kan fungere som sådanne mellemlid. Vi har efterfølgende indarbejdet vores forskning i kurset i form af redskaber til udviklingen af lærernes praksis. I den forstand er der tale om udviklingsbaseret forskning, hvor resultaterne af forskningen er blevet indarbejdet i udvikling af lærernes praksis allerede i forskningsprocessen.

Indtil videre har vi inden for de nævnte tre områder udviklet tilgange og repræsentationer der kan fungere som mellemlid og skabe forbindelse mellem teoriniveauet og undervisningspraksis. I denne artikel fokuserer vi som nævnt på det andet af disse områder, men i det følgende gives en kort præsentation af alle tre områder.

(1) Detaljeret og konkret beskrivelse og analyse af den modelleringsproces, der potentielt er indeholdt i lærernes forslag til problemstillinger for elevernes modelleringsprojekter. Beskrivelserne er bygget op om den seksfasede model af en matematisk modelleringsproces (Blomhøj, 2006, s. 88). Men pointen ligger i den konkrete udfoldning af modelleringsprocessen i lærernes forslag til problemstillinger. Herigennem bliver lærerne opmærksomme på de læringspotentialer som den konkrete modelleringsproces rummer både i forhold til udvikling af elevernes modelleringskompetence (hvilke elementer af modelleringsprocessen bliver eleverne udfordret til at arbejde med og hvordan?) og i forhold til elevernes tilegnelse af centrale matematiske begreber og metoder. En sådan udfoldelse og konkretisering af modelleringsprocessen giver lærerne grundlag for at diskutere hvor de forventer, at eleverne vil opleve vanskeligheder, og til at tænke over hvordan man kan støtte eleverne i at overvinde disse uden at forpasse essentielle læringsmuligheder.

(2) Skemaer (se figur 2 og 3 nedenfor) til at udspænde de forskellige repræsentationer af centrale matematiske begreber, der kan indgå i elevernes arbejde med en given modelleringsproblemstilling. Disse skemaer er bygget op dels omkring forskellige repræsentationer af de matematiske begreber, der indgår i elevernes modelleringsarbejde, dels omkring proces- og objektspekter af disse begreber. Repræsentationerne er elevernes indgang til læring af de matematiske begreber (Stienbring, 1987). Derfor er det afgørende at man som lærer er opmærksom på hvordan de forskellige repræ-



sensationer henviser og giver mening til begrebernes forskellige aspekter i en given sammenhæng. Ifølge Sfard (1991) er det vigtigt at skelne mellem proces- og objekt-aspekter af de matematiske begreber for at kunne støtte elevernes begrebsudvikling. Begge aspekter af et matematisk begreb skal udvikles gennem undervisningen, og fuld begrebsforståelse kræver at man kan skifte mellem proces- og objektperspektivet på et matematisk begreb. Vores analyser peger på at denne grundlæggende dualitet for matematiske begreber gør sig gældende også inden for de enkelte repræsentationsformer af et begreb. Der har vi udviklet en skematik, hvor vi krydser proces/objekt perspektivet med de forskellige repræsentationsformer af et matematisk begreb, som eleverne kan komme til at arbejde med i en given modelleringskontekst. I den givne sammenhæng drejer det sig om de fem repræsentationsformer: naturligt sproglig (ord), numerisk (tal og tabeller), symbolsk (algebraisk), algoritmisk (regneark) og grafisk, se figur 2 og 3. Endvidere giver modelleringskonteksten mulighed for at de enkelte repræsentationer af et begreb kan fortolkes både i forhold til modelleringskonteksten og i forhold til det abstrakte begreb. Derfor har vi opbygget skemaet således, at hver celle udfyldes både i forhold til det abstrakte matematiske begreb og i forhold til den konkrete modelleringskontekst.

Det er vores opfattelse at matematisk modellering netop har sit potentiale for at støtte læringen af begreber ved at eleverne kan få mening med de forskellige repræsentationer af et begreb gennem deres konkrete udmøntning og fortolkning i modelleringskontekster.

Skemaerne som lærerne selv kan være med til at udfylde, bliver herved et redskab til at afdække det læringsmæssige potentiale af en modelleringsproces i forhold til elevernes begrebsdannelse. Samtidig kan dette arbejde give inspiration til ændring i designet af undervisningsforløbet, således at eleverne udfordres til at arbejde med og skabe sammenhæng mellem flere eller bestemte repræsentationer af de involverede matematiske begreber. Figur 2 og 3 viser konkrete eksempler på sådanne skemaer i forhold til modellering af henholdsvis alkoholforbrænding og nedbrydning af THC.

(3) Konstruktion af forventede eller forestillede dialoger mellem læreren og grupper af elever i situationer, hvor eleverne står over for et konkret problem i en given modelleringsproces eller en læringsmæssig udfordring i forhold til fortolkning eller refleksion over en model eller dens resultater (Blomhøj & Kjeldsen 2010b).

Diskussionen af dialoger der konstrueres med baggrund i såvel de omtalte teorier som forfatterens egne erfaringer med undervisning i matematisk modellering, giver mulighed for at diskutere med lærerne hvordan teoribelyste læringsvanskeligheder kan vise sig i den konkrete undervisningssituation, og hvordan man som lærer kan udnytte teoretisk viden i dialogen med eleverne og i fortolkningen af elevernes virksomhed i forhold til eventuelle grundlæggende læringsmæssige vanskeligheder. Herved kan konstruktion og diskussion af dialoger hjælpe lærerne i deres forberedelse



med at se hvordan de konkret kan støtte og udfordre eleverne undervejs i modelleringsprocessen uden at overtage ansvaret for elevernes læring.

I denne artikel fokuserer vi som nævnt på brug af teori nævnt under område (II) til konstruktion af skemaer vist i figur 2 og 3. Det vil sige at vi bruger de nævnte teorier i udviklingen og anvendelsen af skemaet. Skemaet bliver herved et teoribaseret redskab til at udspænde og analysere læringspotentialer i forhold til centrale matematiske begreber i givne modelleringsaktiviteter. En sådan analyse kan tjene som grundlag både for design af modelleringsprojekter og for vurdering af læringspotentialer i elevernes rapporter og andre produkter.

## Modelleringsprojekt om alkohol og THC som eksempel

Til at illustrere hvordan skemaerne i (2) ovenfor kan indgå i elevernes arbejde, analyserer vi i dette afsnit et konkret modelleringsprojekt om henholdsvis forbrændingen af alkohol og nedbrydningen af THC i hash. Projektet blev udviklet af fire matematiklærere fra tre forskellige gymnasier og blev gennemført i tre 1.g stx klasser. Vores analyse bygger på diskussionerne med lærerne under kurset, lærernes præsentation ved det afsluttende seminar, lærernes rapport over projektet, det konkrete design af forløbet samt rapporterne fra seks grupper af elever – to fra hver af de tre involverede klasser.

Inden lærerne besluttede sig for dette emne blev de etiske aspekter af emnet diskuteret. Lærerne nåede frem til at det var et væsentligt og relevant emne at tage op i et modelleringsprojekt i 1.g, men at det ved præsentationen af projektet i klasserne skulle understreges at det *ikke* var en opfordring til hverken at drikke alkohol eller ryge hash, men en anledning til at bruge matematisk modellering til at beskrive og forstå forskellen mellem de to fænomener og til at reflektere over resultaterne. Det faglige hovedargument for valg af emnet var at alkoholforbrænding og nedbrydning af THC kan modelleres ved henholdsvis en lineær funktion og en eksponentielt aftagende funktion, og at klasserne ville få dækket væsentlige dele af disse faglige emner gennem projektet samtidig med at eleverne i projektet ville få særligt gode muligheder for at forholde sig til forskellene mellem disse to typer af funktioner både rent matematisk og i modelleringssammenhængen.

Lærerne opstillede følgende syv læringsmål for elevernes udbytte af projektet: Projektet skulle

1. give eleverne en positiv oplevelse af at de kan anvende deres matematiske viden og færdigheder til at besvare vedkommende spørgsmål fra deres egen livsverden
2. støtte elevernes begrebsdannelse om matematisk modellering
3. lære eleverne at have et kritisk blik på brug af matematiske modeller
4. støtte elevernes tilegnelse af begreberne lineær funktion og eksponentialfunktion
5. udvikle elevernes forståelse og fortolkning af parametrene i de to modeller

6. træne eleverne i at kommunikere ved hjælp af matematik og matematisk modellering
7. støtte elevernes kompetencer til at anvende it-redskaber i matematik.

Disse intentioner for elevernes læring var inspireret af de teorier der blev introduceret og diskuteret på det første seminar på kurset. De falder i tre grupper: (I) aspekter af udvikling af elevernes modelleringskompetence (1-3), (II) aspekter ved udvikling af elevernes begrebsbilleder og begrebsforståelse af lineær funktion og eksponentialfunktion (4-5), (III) aspekter af udvikling af elevernes it- og kommunikationskompetence (6-7).

Under projektet arbejdede eleverne i grupper af tre til fire. De fik udleveret fire støttende opgaver og den følgende udfordring om at skrive en avisartikel om fænomenet:

“Skriv en artikel til unge på jeres egen alder om alkoholforbrænding og nedbrydning af THC i den menneskelige krop. I artiklen skal I forklare matematisk, hvordan man kan besvare spørgsmålene i de fire opgaver. Jeres svar på opgaverne og de tilhørende beregning og grafer skal integreres i artiklen.”

I de to første støttende opgaver bliver eleverne præsenteret for realistiske (men ikke autentiske) tidsseriedata for henholdsvis forbrænding af en given mængde alkohol og nedbrydning af en given mængde THC i to fiktive personer. Eleverne bliver udfordret til at præsentere og analysere disse data ved hjælp af deres it-værktøjer (Excel og Tl-Nspire). De bliver videre udfordret til:

- at karakterisere de to dataserier med deres egne ord
- at undersøge hvor lang tid der går før mængden af stof er halveret henholdsvis en gang og to gange i hvert af de to tilfælde (for herved at få en konkret erfaring med den fundamentale matematiske forskel på de to fænomener, og de funktioner, der kan modellere dem)
- at finde funktionsforskrifter der beskriver hver af de to dataserier bedst muligt;
- at fortolke parametrene i de to funktionsforskrifter matematisk og i forhold til det fænomen, som dataserien beskriver
- at søge information og data på nettet om forbrænding af alkohol og nedbrydning af THC og sammenligne informationerne med resultaterne af deres modeller for de to fænomener.

I støtteopgave 3 bliver der givet oplysning om alkoholprocenten i forskellige populære drinks, og eleverne udfordres til at beregne, hvor meget alkohol de hver især har indtaget ved den seneste fest, og at anvende resultaterne som begyndelsesværdier i deres model for forbrænding af alkohol. I den sidste støtteopgave bliver grupperne bedt om at give en sammenlignende analyse af alkoholforbrænding og nedbrydning af THC.

### *Udvikling af elevernes begrebsforståelse gennem modellering*

I dette afsnit ser vi nærmere på elevernes udbytte af projektet. Med hensyn til den første gruppe af intentioner viser lærernes evalueringer af forløbene at de fremhævede aspekter af modelleringskompetence faktisk kom i spil i alle tre klasser. Det fremgår af elevernes artikler at de opstiller og fortolker henholdsvis lineære og eksponentielle funktioner som modeller for forbrænding af alkohol og for nedbrydning af THC. Eleverne oversætter frem og tilbage mellem på den ene side deres grafiske repræsentationer af data og funktionerne og på den anden side de to virkelige fænomener de modellerer. Flere grupper reflekterer over gyldigheden af modellerne ved fx at problematisere, at deres modeller kun bygger på data for en bestemt person, og at der må antages at være variation mellem forskellige mennesker fx. mellem mænd og kvinder. De finder data på internettet, der bekræfter, at omsætning af alkohol primært foregår i leveren med en nogenlunde konstant rate på omkring 8 g/time, og at denne omsætning kun varierer meget lidt med fx kropsvægten. Elevernes erfaringer med, at det er meget forskelligt, hvor meget alkohol der skal til for at forskellige personer føler sig påvirket, må så forklares med, at alkoholmængden fordeles i forskellige kropsvolumen hos forskellige personer, og individuelle forskelle i hvordan man reagerer på forskellige alkoholkoncentrationer i kroppen. For THC kan søgning på internettet bekræfte, at nedbrydningen foregår med en rate, der er proportional med koncentrationen, og at halveringstiden er omkring tre døgn.

Eleverne kommer i første omgang til at reflektere over forskellen i, hvordan de to stoffer omsættes i kroppen gennem deres arbejde med spørgsmålene om, hvor lang tid det tager før mængden af alkohol og THC er halveret henholdsvis én og to gange. Nogle grupper brugte estimeret data for elevernes eget alkoholindtag ved den seneste fest som udgangspunkt for beregningerne, og flere grupper udtrykte forundring over, hvor lang tid det ifølge modellen tager, før al alkoholen er helt forbrændt i kroppen. Nogle grupper bemærkede selv, at det med THC er endnu værre. Selv efter tre døgn er halvdelen af stoffet tilbage i kroppen, og det forsvinder – ifølge modellen – aldrig helt! Sådanne oplevelser og refleksioner kan bidrage til at udvikle elevernes begrebsbilleder på en hensigtsmæssig måde. Her fik disse elever, i kraft af modelleringskonteksten, en direkte erfaring med forskelle i hvordan to forskellige funktionstyper opfører sig med hensyn til den måde, de aftager på. Disse forskelle blev hægtet op på konkrete erkendelser af hvor mange dage der går, før hhv. alkohol- og THC mængden i kroppen er halveret. Det gav anledning til, at disse grupper fik formuleret den fundamentale egenskab om konstant halveringstid for den aktuelle eksponentialfunktion og en konkret oplevelse af, at den lineære funktion for alkohol forbrænding ikke har denne egenskab. Modelleringskonteksten gør det muligt for eleverne at sætte ord på disse forskelle og beskrive dem i deres eget sprog. Efterfølgende kan disse oplevelser bruges som grundlag for en generel behandling af de to funktionstyper.

Det var dog ikke alle grupper, der af sig selv foretog sådanne refleksioner. Som en af lærerne bemærkede:

“Idéen var at eleverne selv skulle erkende, at der er en konstant halveringstid ved eksponentialfunktionen og ved nedbrydningen af THC, men ikke i den lineære funktion og ved forbrænding af alkohol. Mange elever brugte imidlertid i første omgang deres grafer til at aflæse tiderne for halvering en og to gange, og de fik derfor lidt forskellige estimater [for tiden for halvering første og anden gang].”

Sådanne observationer kan så efterfølgende give grundlag for overvejelser om, hvordan designet af opgaver eller rammerne kan ændres så alle eller flere elever selv når frem til denne centrale erkendelse.

Hvad angår intentionen om at eleverne skulle udvikle deres forståelse af parametrene matematiske betydning i de to typer af funktioner og fortolkningen i de to modelleringskontekster blev dette tydeligvis ikke realiseret for alle grupper eller alle elever. Tilsvarende læringsmæssige potentialer og udfordringer er dokumenteret i Michelsen (2002).

Generelt var grupperne fint i stand til at opstille funktionsudtryk for henholdsvis en lineær model for alkoholforbrænding og en eksponentiel model for nedbrydning af THC. Og de var også i stand til at bestemme og fortolke parameterværdierne i den lineære model som henholdsvis mængden af alkohol til et starttidspunkt og den (konstante) mængde af alkohol, der omsættes pr. time i leveren. I nogle grupper opstod der dog forvirring om hvorvidt det var mængden eller koncentrationen af alkohol (alkoholpromillen), som modellen beskrev eller skulle beskrive. Også denne observation kan føre til overvejelser om ændring af designet. Der var af lærerne bevidst foretaget et forsimpelende valg ved at lade eleverne arbejde med mængder i stedet for koncentrationer, men det gør det så sværere for eleverne at bruge deres erfaringer og dagligdagsbegreber som fx alkoholpromille.

I forhold til den matematiske fortolkning af parametrene betydning i de to modeller afdækkede projektet nogle læringsvanskeligheder, som det måske ellers er nemt at overse i arbejdet med standardopgaver. Som en af lærerne skrev:

“Overraskende mange elever havde problemer med at af-matematisere [fortolke] parameteren  $a$ 's betydning i henholdsvis:  $y=a \cdot x+b$  og  $y=b \cdot e^{ax}$  og med at forklare deres betydning for henholdsvis omsætningen af alkohol og THC. Hovedproblemet var [for disse elever] at forstå at  $a$  står for den [absolutte] mængde alkohol der omsættes pr. time i den lineære model, mens  $a$  i den eksponentielle model bestemmer det relative fald i mængden af THC pr. time til  $e^a$ . ... Næste gang vil jeg anvende forskellige symboler!”

Hvad angår den sidste gruppe (III) af læringsintentioner om at eleverne skulle udvikle deres kompetence til at anvende it-redskaber og til at kommunikere, virkede designet med at eleverne skulle skrive en artikel tilsyneladende hensigtsmæssigt. Artikelformen var samtidig effektiv til afdækning af elevernes vanskeligheder med at argumentere klart og gyldigt i en modelleringskontekst. Argumenter som nedenstående var således ikke ualmindelige i elevernes artikler.

“I alle disse beregninger har vi set at hash er i kroppen i længere tid end alkohol, og derfor kan det skade ens evner til at lære, hvis man ryger hash regelmæssigt.”

Elevernes modeller siger ingenting om læringsvanskeligheder som følge af hverken alkohol eller THC. Citatet er et typisk eksempel på elevernes overfortolkning af modelresultater. Sådanne eksempler og eksempler på gyldig argumentation fra elevernes artikler kan efterfølgende anvendes i undervisningen med henblik på at udvikle elevernes (selv)kritiske sans i forhold til argumenter baseret på matematiske modeller (og argumenter generelt).

Sammenfattende var det lærernes vurdering at deres intentioner for elevernes læring blev opfyldt i rimeligt omfang. Eleverne opstillede og brugte matematiske modeller til at beskrive fænomener som de har erfaringer med eller kender til fra deres ungdomsliv. Næsten alle elever var på udfordring i stand til at reflektere fornuftigt over og i en vis udstrækning også at kritisere deres egne modeller. Modelleringskonteksten skabte situationer, der gjorde lærerne opmærksom på at mange af eleverne havde større vanskeligheder end lærerne umiddelbart forventede med at forstå og fortolke parametrenes betydning i den lineære og den eksponentielle model. Det gælder selvom flere af de behandlede teorier netop forklarer, hvori sådanne læringsvanskeligheder kan bestå.

I det følgende afsnit ser vi i detalje på, hvordan en kombination af Sfard's model for dannelse af matematiske begreber og betydningen af samspillet mellem begrebers forskellige repræsentationsformer, som er behandlet af bl.a. (Vinner & Dreyfus (1989) og Steinbring (1987), kan forklare nogle af de læringsvanskeligheder som eleverne oplever og samtidig udspænde læringspotentialet i elevernes virksomhed i forhold til udvikling af deres begrebsforståelse.

Vi runder behandlingen af eksemplet af med (1) en diskussion om forholdet mellem projektets potentialer og det realiserede udbytte af projektet i forhold til intentionerne om at støtte elevernes begrebsforståelse og (2) en redegørelse for forbindelsen mellem de valgte teorier, skemaet over proces- og objektaspekter af repræsentationer af de matematiske begreber der arbejdes med (se figur 2 og 3 nedenfor), og de ved analysen synliggjorte vanskeligheder som eleverne har med at forstå og fortolke parametrenes betydning i de to typer af funktioner.

### *Brug af didaktisk teori i analyse af projektet – forbindelse til praksis*

Vi fokuserer i denne analyse netop på kombinationen af de ovenfor nævnte teorier, fordi vi mener at de tilsammen udgør et kraftfuldt teoretisk grundlag for at identificere læringspotentialer i forhold til dannelsen af centrale begreber ved elevernes arbejde med matematisk modellering. Samtidig finder vi at kombinationen og rekontekstualiseringen af de udvalgte teorielementerne som vi har foretaget i forbindelse med analyse af projektforsløbene i kurset, klart illustrerer hvilken type forskning og teori-dannelse der er nødvendig for at skabe større samspil og sammenhæng mellem forskning og udvikling af undervisningspraksis. Vi opfatter i denne sammenhæng vores arbejde som et bidrag til udvikling af metodologi for hvordan man kan integrere teori og teoriudvikling i samarbejde med lærere i en efter- og videreuddannelses kontekst.

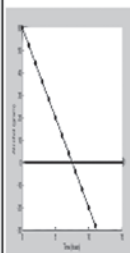
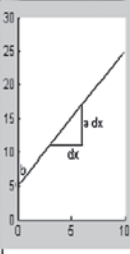
Til illustration af disse pointer fokuserer vi på hvordan modelleringskonteksten i dette eksempel kan udfordre elevernes forståelse af sammenhængen mellem de forskellige repræsentationsformer: naturligt sprog, numerisk beskrivelse, algebraisk beskrivelse, algoritmisk (it-baseret) beskrivelse og grafisk beskrivelse i forhold til begreberne lineær funktion og eksponentialfunktion. Hver af disse repræsentationer kan bringes i spil i forhold til både en proces- og en objektforståelse af de to funktioner. Vi har derfor udviklet et skema, hvor vi kombinerer de fire repræsentationsformer med adskillelsen af proces- og objektperspektiv på begrebet. Det giver et skema med otte celler for hvert af de to begreber lineær funktion og eksponentialfunktion. I hver celle anfører vi repræsentationer af både den konkrete model for henholdsvis alkoholforbrænding og nedbrydning af THC og de generelle modeller for henholdsvis lineær og eksponentiel udvikling – se figur 2 og 3.

De valgte matematikdidaktiske teorier beskæftiger sig med udvikling af begrebsforståelse ud fra et matematisk-kognitivt perspektiv. Sfards (1991) model for dannelse af matematiske begreber har tyngden på samspillet mellem forståelse af begrebernes proces- og objektperspektiv, mens Tall & Vinner (1981) og Vinner & Dreyfus (1989) har fokus på udvikling af elevers begrebsbilleder. Steinbring (1987) understreger i sit arbejde med den epistemologiske trekant betydningen af at adskille begrebet fra dets repræsentationer, og at de enkelte repræsentationer skal have mening for eleverne gennem deres konkrete anvendelser.

Disse tre teorielementer bliver kombineret i skemaerne i figur 2 og 3 i forhold til begreberne lineær funktion (figur 2) og eksponentialfunktion (figur 3). Ved hjælp af skemaerne re-kontekstualiseres teorierne fra generel matematikdidaktisk teori til praksis – til realiserede undervisningsforløb i matematisk modellering. Derudover konkretiseres teorierne i forhold til begreberne lineær funktion og eksponentialfunktion, hvis forskellige repræsentationer optræder i skemaet i forhold til proces- henholdsvis objektforståelse af begreberne i de to modeller. Resultatet af denne sammenkobling af de tre teorier, re-kontekstualiseringen og konkretiseringen i de

to modeller er et skema der gør det muligt for lærerne eksplicit at adressere de vanskeligheder analysen af projektet viste eleverne har med at forstå og fortolke parametrene betydning i de to funktionstyper. Betydningen af parametrene indgår eksplicit i såvel proces- som objektforståelsen af begreberne, den indgår i det naturlige sprog i forbindelse med modelleringssituationen som den mængde alkohol hhv. THC der forsvinder pr. tidsenhed. Dette knyttes i den numeriske repræsentation sammen med beregninger af successive værdier af  $x$  og  $y$  og tabellægning af funktionerne. Den symbolske repræsentation viser hvordan parametrene indgår i funktionsudtrykkene, og hvor de optræder i de grafiske afbildninger af funktionerne. Arbejder eleverne med modellerne i forhold til alle felterne i skemaerne, burde deres begrebsforståelse blive styrket ifølge teorierne. På denne måde får skemaerne en medierende funktion, der styrker relationen mellem teori og praksis.

Skemaerne udspænder i hver af de to situationer potentialet for, hvordan eleverne i deres modelleringsarbejde kan blive udfordret i forhold til forbindelserne mellem de forskellige repræsentationer, i forhold til proces-/objekt-perspektivet og i forhold til sammenhængen mellem den konkrete model og den generelle model for henholdsvis

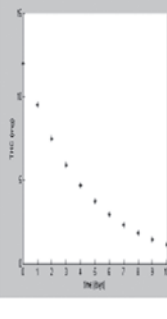
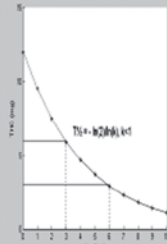
	Naturligt sprog	Numerisk	Symbolsk/ Algebraisk	Algoritmsk (Excel)	Grafisk
Proces	8 gram alkohol fjernes per time.  12 gram tilføres per genstand  Ændring i $x$ på en enhed betyder ændring i $y$ på hældningstallet $a$ .  $y$ ændres med hældningstallet $a$ gange ændringen i $x$ , som er $\Delta x$	$x$ 0 1 2 $y$ 60 52 44 -8 -8  $x$ 0 1 2 $y$ $b$ $a+b$ $2a+b$ + $a$ + $a$  $x$ 0 $\Delta x$ $y$ $b$ $a \Delta x + b$ + $a \Delta x$	$f(x+1)=f(x)-8$ $f(0)=60$  $f(x+\Delta x)=f(x)+a\Delta x$ ; $f(0)=b$	$B2=-8$ $A5=0$ $A6=A5+1....$ $B5=60$ $B6=B5+B\$2....$  Generel ved parameterskift i begyndelsestilstand og hældningstal, samt af tidskridtet.	
	Efter 5 genstande og $x$ timer: $y=60-8x$ gram alkohol i kroppen  En lineær kombination af to variable med konstant sum.	$x$ 0 1 2 3 $y$ 60 52 44 36  En tabel for $(x,y)$ med $y=ax+b$	$y=-8x+60$  $f(x)=ax+b$ $Ax+By=C$	$C2=-8$ ; $C3=60$ ; $A5=0$ $A6=A5+1....$ $C5=C\$2*A5+C\$3$ $C6=C\$2*A6+C\$3$ ..... Generel ved skift i parametre	

**Figur 2.** Skema over proces- og objektaspekter af repræsentationer af alkoholmodellen. Hver celle rummer en repræsentation af både den konkrete model for nedbrydning af alkohol og den generelle lineære funktion.



lineær og eksponentiel udvikling. Vi ser det som en teoretisk pointe ved denne skematik, at udvikling af elevernes overgang fra en procesforståelse til en objektforståelse kan (og formentlig skal) støttes selvstændigt inden for hver repræsentationsform. Men dette er en tese, der må belyses nærmere forskningsmæssigt.

Vi mener og har allerede fra vores kursus nogle indikationer for, at skematikken repræsenterer en re-kontekstualisering og konkretisering af de anvendte teorier om matematiklæring der gør dem anvendelige for lærere som grundlag for udvikling af praksis, men også dette må undersøges nærmere gennem fortsat forsknings- og udviklingsarbejde. Skematikken kan være et redskab ved design af modelleringsforløb på den måde at det kan hjælpe med at fokusere forløbets bidrag til elevernes begrebsforståelse i forhold til udvalgte repræsentationsformer og deres samspil. Den kan også være et redskab for læreren til at udfordre elevernes forståelse undervejs i processen. Det kan understøttes gennem konstruktion af dialoger der udfordrer eleverne til at etablere forbindelser mellem de enkelte celler i en konkret modelleringskontekst. Endelig kan den være et redskab for læreren til at opsamle og formidle det potentielle læringsudbytte til eleverne efter et modelleringsforløb.

	Naturligt sprog	Numerisk	Algebraisk/ symbolsk	Algoritmisk (Excel)	Grafisk
<b>Proces</b>	THC mængden halveres på 3 dage. 0.79 af THC mængden er tilbage efter én dag.  I et eksponentielt henfald er raten en konstant gange mængden. Hvis x forøges med 1 enhed bliver mængden ændret fra y til k y med ( $k < 1$ ).	$x \quad 0 \quad 1 \quad 2$ $y \quad 12 \quad 9.5 \quad 7.5$ $\cdot 0.79 \cdot 0.79$  $x \quad 0 \quad 1 \quad 2$ $y \quad b \quad kb \quad k^2b$ $\cdot k \quad \cdot k$	$f(x+1) = 0.79 \cdot f(x);$ $f(0) = 12 \text{ mg}$  $f(x+\Delta x) = k^{\Delta x} \cdot f(x)$ $f(0) = b$	B2=0.79 A5=0 A6=A5+1.... B5=12 B6=B5 · \$B\$2 ....  Kan generaliseres ved ændring af parametrene og begyndelsesværdien	
<b>Objekt</b>	12 mg til start. Efter x dage er $y = 12 \cdot 0.79^x$ mg tilbage i kroppen.  En eksponentielt aftagende funktion.	$x \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$ $y \quad 12 \quad 9.5 \quad 7.5 \quad 6$  En tabel over (x,y) with $y = b \cdot k^x$	$y = 12 \cdot 0.79^x$  $f(x) = b \cdot k^x$ $= b \cdot e^{\ln(k) \cdot x};$ $T_{\frac{1}{2}} = -\frac{\ln(2)}{\ln(k)},$ $k < 1$	B2=0.79; B3=12; A5=0 A6=A5+1.... B5=\$B\$3 · \$B\$2^A5 B6=\$B\$3 · \$B\$2^A6..... Algoritmen er generel	

**Figur 3.** Skema over proces- og objektaspekter af repræsentationer af modellen for THC. Hver celle rummer en repræsentation af både den konkrete model for nedbrydning af THC og den generelle eksponentielt aftagende funktion.



## *Samlet vurdering af forløbet*

Lærerne blev introduceret til de teoretisk belyste læringsvanskeligheder og potentialer, som skemaerne repræsenterer, ved det første seminar på kurset. Skematikken spillede imidlertid ikke en dominerende rolle i lærernes design af forløbet. Ved det afsluttende seminar reflekterede lærerne selv over de ikke fuldt realiserede læringspotentialer i projektforløbet i forhold til deres intentioner om at støtte elevernes forståelse af begreberne lineær funktion og eksponentialfunktion. Lærerne vurderede, at eleverne fokuserede for meget på de grafiske repræsentationer, som de frembragte ved hjælp af it-værktøjer, og at oplægget til elevernes arbejde ikke i tilstrækkelig grad udfordrede eleverne til at arbejde med de forskellige repræsentationsformer og deres indbyrdes sammenhænge. Samtidig fandt lærerne ikke at proces- og objekt perspektivet på de to funktioner blev klart for eleverne. Forslag til hvordan man kunne ændre oplægget og kravene til elevernes arbejde så forløbet næste gang kunne indfri nogle af disse potentialer blev diskuteret. En mulighed kunne være direkte at kræve at eleverne i deres artikler skulle anvende alle fem repræsentationsformer fra skemaerne. Det blev også diskuteret hvordan man kunne skabe en situation hvor eleverne på baggrund af deres erfaringer fra forløbet kunne være eller blive interesseret i at foretage en systematisk sammenligning mellem hvert par af de otte felter i de to skemaer.

Vi ser nogle spændende muligheder for at integrere sådanne intentioner om mere specifikt at støtte elevernes begrebsforståelse i modelleringskonteksten. Det kunne fx ske ved at udnytte idéerne i "model eliciting activities" som forklaret i Ärleback, Doerr & O'Neil (2013).

Endelig gav projektet også anledning til at diskutere et vigtigt aspekt af kritisk matematikundervisning, nemlig at sætte elever i stand til at reflektere over og kritisere matematikken i dens mange forskellige anvendelsesformer. I projektet kunne eleverne således forholde sig reflekterende og kritisk såvel til modellernes beskrivelse af virkeligheden som til deres egen praksis eller kulturen omkring indtagelse af alkohol ved ungdomsfester. Modelprojekter af den type der er beskrevet her, hvor projekterne giver elever anledning til at eleverne kan erfare at de via matematisk modellering kan opnå indsigt i situationer fra deres livsverden, bidrager til at udvikle elevers kritiske stillingtagen både i forhold til og ved hjælp af matematisk modellering.

## **Afsluttende om teori-praksis-relationen**

Udvikling af elevernes forståelse af matematiske begreber og metoder er en væsentlig begrundelse for at matematisk modellering skal spille en rolle i gymnasial matematikundervisning. I modelleringssituationer er der mulighed for at udfordre elevernes begrebsforståelse ud over det, at kunne løse standardopgaver hørende til de enkelte begrebsområder. Det er vigtigt ikke alene for at eleverne skal kunne anvende begre-

berne i modelleringssammenhænge også uden for matematikundervisningen, men også for at skabe et solidt begrebsgrundlag for fortsat tilegnelse af matematik, hvilket er centralt i en studieforberedende undervisning. For at kunne efterleve disse læringsmål må undervisningspraksis i matematisk modellering udvikles under inddragelse af didaktiske teorier om matematiklæring. Det kan kun ske gennem inddragelse i uddannelsen af nye lærere (hvilket kun sker i yderst begrænset omfang), i efter- og videreuddannelse af lærere som i vores kursus, samt i udviklingsprojekter, hvor lærere og forskere samarbejder om udvikling af undervisningspraksis. For at kunne facilitere brugen af didaktisk teori i disse kontekster er der behov for udvikling af medierende teorier og idéer der kan skabe forbindelse mellem de generelle teorier og behovet for / ønsket om udvikling af en konkret undervisningspraksis. Skematikken, der forbinder og konkretiserer repræsentationsformer og proces/objekt perspektivet i forhold til de centrale begreber i et modelleringsforløb, ser vi som eksempel på en sådan medierende teori. I vores fortsatte forskning sigter vi mod at (videre-) udvikle en metodologi for samarbejde med lærere om netop at bruge og udvikle didaktisk teori i eksperimenterende undervisningsforløb, der sigter på at udvikle matematikundervisningens praksis.

## Referencer

- Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kunne det tænkes – om matematiklæring* (s. 80-109). København: Forlaget Malling Beck.
- Blomhøj, M. & Kjeldsen, T.H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work – Experiences from an in-service course for upper secondary teachers. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, s. 163-177.
- Blomhøj, M. & Kjeldsen, T.H. (2010a). Mathematical Modelling as Goal in Mathematics Education – Developing of Modelling Competency through Project Work. I: B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Pálsdóttir, B. Dahl & L. Haapasalo (red.), *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education* (s. 555-568). Montana: Information Age Publishing.
- Blomhøj, M. & Kjeldsen, T.H. (2010b). Learning Mathematics through Modelling: The Case of the Integral Concept. I: B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Pálsdóttir, B. Dahl, & L. Haapasalo (red.), *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education* (s. 569-582). Montana: Information Age Publishing.
- Blomhøj, M. & Kjeldsen, T.H. (2013). The Use of Theory in Teachers' Modelling Projects – Experiences from an In-Service Course. Kommer i Ubuz, Mariotti et al. (eds.): *Proceedings of CERME 8*, Antalya 2013.
- Boaler, J. (2008). Bridging the Gap between Research and Practice: International Examples of Success. I: M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi & F. Arzarello (red.), *The First Century of the*

- International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and Shaping the World of Mathematics Education* (s. 91-106). Rom: Istituto della Enciclopedia Italiana.
- DiSessa, A.A. & Cobb, P. (2004): Ontological Innovation and the Role of Theory in Design Experiments. *The Journal of the Learning of Sciences*, 13(1), s. 77-103.
- Doerr, H.M., Ärleback, J.B. & O'Neil, A.H. (2013). Teaching Practices and Modelling Changing Phenomena. Kommer i Ubuz, Mariotti et al. (eds.): Proceedings of CERME 8, Antalya 2013.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-β Press.
- Kolmos, A. (2009). Problem-Based and Project-Based Learning. I: O. Skovsmose, P. Christensen & O.R. Christensen (red.), *University Science and Mathematics Education in Transition* (s. 261-282). Dordrecht: Springer.
- Michelsen, C. (2002). *Begrebsdannelse ved domæneudvidelse: Elevers tilegnelse af funktionsbegrebet i et integreret undervisningsforløb mellem matematik og fysik*. Ph.d.-afhandling, SDU.
- Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. (2007). Introduction. I: W. Blum, P. Galbraith, H.W. Henn & M. Niss (red.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (s. 3-32). New York: Springer-Verlag.
- Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections of Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, s. 1-36.
- Skovsmose, O. (2006). Kritisk matematikundervisning – for fremtiden. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kunne det tænkes – om matematiklæring* (s. 273-297). København: Forlag Malling Beck.
- Skovsmose, O. & Borba, M. (2004). Research Methodology and Critical Mathematics Education. I: P. Valero & R. Zevenbergen (red.), *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology* (s. 207-226). Dordrecht: Kluwer.
- Steinbring, H. (1987). Routine and Meaning in the Mathematics Classroom. *For the Learning of Mathematics*, 9, s. 24-33.
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(7), s. 151-169.
- Vinner, S. & Dreyfus, T. (1989). Images and Definitions for the Concept of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, s. 356-366.
- Zbiek, R.M. & Conner, A. (2006). Beyond Motivation: Exploring Mathematical Modelling as a Context for Deepening Students' Understandings of Curricular Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 63, s. 89-112.
- Ärleback, J.B., Doerr, H.M. & O'Neil, A. (2013). Students' Emerging Models of Average Rates of Change in Context. *CERME 8, Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Kommer i Ubuz, Mariotti et al. (eds.): Proceedings of CERME 8, Antalya 2013.

## Engelsk abstract

*We present a schema for spanning the use of different representations of both process and object aspects of mathematical concepts in a modelling context. The schema is one of three methods that are the first results of our research on how to bridge educational research and development of teaching practice in mathematics. We illustrate the use of the schema in a modeling project on alcohol/THC that was developed and tested by high school teachers at an in-service course. We discuss how the schema function as a mediating link between theory and teaching practices, hereby supporting research-based development of practice.*

# Aktuel analyse

I denne sektion tages aktuelle problemstillinger i relation til matematik- og naturfagsdidaktik op til analyse og diskussion. Teksterne gennemgår ikke peer review, men skal være saglige, analytiske og argumenterende. Kontakt gerne redaktionen med idéer til indhold på [mona@ind.ku.dk](mailto:mona@ind.ku.dk).

# Innovation og læring – indtryk fra BIG BANG-konferencen



Rikke Kortsen Okholm, *Institut  
for Naturfagenes Didaktik,  
Københavns Universitet*

**Abstract** Denne artikel er baseret på mine oplevelser fra BIG BANG-konferencen, hvor jeg deltog i sporet innovation og læring, som handlede om, hvad innovation betyder for fagligheden i de naturvidenskabelige fag og matematik. I artiklen identificerer jeg tre temaer forbundet med at integrere innovation i de naturvidenskabelige uddannelser på tværs af uddannelsesniveauer. I første afsnit pointerer jeg, at debatten er præget af spørgsmål om hvad innovation er, og hvorfor vi skal integrere det i uddannelserne. Dernæst diskuterer jeg den faglige konteksts betydning for tilrettelæggelsen af innovationsforløb i undervisningen. Til sidst reflekterer jeg over rammesætning af innovationsprocesser i undervisning.

## Introduktion

I marts 2014 deltog jeg i BIG BANG-naturfagskonferencen og -messen, som havde et MONA-spor med foredrag og aktiviteter omhandlende innovation og læring i naturvidenskabelige fag og matematik på de forskellige uddannelsesniveauer. Pga. mit arbejde med vidensdeling, erfaringsudveksling og kompetenceudvikling vedrørende innovation blandt undervisere på Københavns Universitet er jeg naturligvis interesseret i at høre om erfaringerne med at integrere og indlejre innovation i grundskolen og på gymnasieniveau. De seneste tre år har jeg været med til en strategisk indsats på Københavns Universitet hvor målet bl.a. har været at give flere studerende mulighed for at anvende deres faglighed i innovationsprocesser i løbet af deres uddannelse<sup>1</sup>. Dette har været en indsats både via ekstracurriculære aktiviteter og meritgivende kurser med fokus på at undervise igennem praktiske innovationsprocesser. Ved årsskiftet til 2014 har Københavns Universitet med en intern pulje for uddannelsesinitiativer for perioden 2014-2016 sat yderligere uddannelsesstrategisk fokus på innovation med projektet "Innovation and Entrepreneurship at UCPH". I projektet placeres indsatsen

1 Som en del af Next Generation-projektet, [www.fi.ku.dk/innovation/next\\_generation/](http://www.fi.ku.dk/innovation/next_generation/).

vedrørende *didaktisk og pædagogisk kompetenceudvikling af undervisere og studielevere* ved universitetets tre pædagogiske enheder ved henholdsvis Det Natur- og Biovidenskabelige Fakultet, Det Samfundsvidenskabelige Fakultet og Det Humanistiske Fakultet. Der er også etableret et udviklingsarbejde imellem innovationskonsulenter og pædagogiske konsulenter i og på tværs af enhederne. Jeg indgår i dette setup som innovationskonsulent på Det Natur- og Biovidenskabelige Fakultet, hvor jeg især er optaget af hvordan de studerende kan bringe deres høje faglighed i spil i nye, inspirerende sammenhænge.

Som udgangspunkt for denne artikel identificerede jeg på BIG BANG-konferencen nogle temaer om innovation og læring på tværs af uddannelsesniveauer som jeg mener er interessante at diskutere. Jeg vil ikke gå i detaljer med de præsentationer jeg overværede, men opfordre til at man orienterer sig på konferencens hjemmeside for at få flere detaljer om de enkelte oplæg og workshops.<sup>2</sup>

### *Hvad betyder innovation for naturfagsundervisning?*

På konferencens MONA-spor *Innovation og læring* blev der via oplæg og workshops formidlet og diskuteret praksis og erfaringer samt forskningsbaseret viden om hvad innovation betyder for fagligheden i de naturvidenskabelige fag og matematik, og hvad det betyder for undervisere fremover. I nedenstående tekstboks ses en programoversigt for MONA-sporet *Innovation og læring*:

Der var nogle gennemgående temaer som jeg kunne identificere på tværs af disse oplæg og workshops, vedrørende innovation i naturfagsundervisning i grundskolen og på gymnasieniveau. Nogle af disse temaer gælder for alle uddannelsesniveauer, men på andre områder er der også forskelle. I de følgende afsnit vil jeg diskutere udvalgte temaer som jeg fandt mest relevant:

- Stadig spørgsmål om Hvad? og Hvorfor?
- Den faglige kontekst
- Rammesætning af innovationsprocesser i undervisning.

### *Stadig spørgsmål om Hvad? og Hvorfor?*

På BIG BANG-konferencen blev introduktionssymposiet til innovationstemaet initieret af Camilla Rumps session i *Intro til Innovation og læring – hvad snakker vi om?* med en afstemning blandt tilhørerne om deres bud på en definition af innovation. I hendes oplæg blev der desuden gjort rede for en forståelsesmodel for begreberne kreativitet, design, innovation og entreprenørskab samt en didaktisk indføring i innovationsprocessen eksemplificeret med procesmodellen Double Diamond Process

2 [www.BIG\\_BANGkonferencen.dk/presentationer-2014](http://www.BIG_BANGkonferencen.dk/presentationer-2014).



*Program for MONA-sporet på BIG BANG-konferencen 2014*

Intro til Innovation og læring – hvad snakker vi om? - Tre oplæg og efterfølgende diskussion Målgruppe: grundskoler, gymnasiale uddannelser, erhvervsuddannelser, læreruddannelser	Camilla Rump, Institut for Naturfagernes Didaktik, KU Lærke Bang Jacobsen, Borupgaard Gymnasium Elise Venndt, Fredericia Kommune
Brug af tegninger i naturfag: rum for mangfoldighed Målgruppe: grundskoler, gymnasiale uddannelser, læreruddannelser	Kathrin Otrell-Cass, Aalborg Universitet
Innovation: modeord eller meningsfyldt læringspraksis? Målgruppe: grundskoler	Karin Mortensen, Danish Science Factory Rami Dibaje, H.C. Andersen Skolen Jan Sølberg, Institut for Naturfagernes Didaktik, KU
Innovation og ingeniørskab i naturfagene Målgruppe: grundskoler, gymnasiale uddannelser, erhvervsuddannelser, læreruddannelser	Jesper Rud Christoffersen, Skoleinnovation og Kongevejens Skole
Vurdering af innovationskompetence Målgruppe: gymnasiale uddannelser	Jan Alexis Nielsen, Institut for Naturfagernes Didaktik, KU
LEGO mindstorms og naturvidenskabelig arbejdsmetode Målgruppe: grundskoler, gymnasiale uddannelser, erhvervsuddannelser, læreruddannelser	Søren Wilhelmsen, VIAUC, Læreruddannelsen i Silkeborg
Entreprenørskabsundervisning på STX* Målgruppe: gymnasiale uddannelser	Maiken Lykke Lolck, Naturvidenskabernes Hus
Introcamp i gymnasiet med faglige metodelaboratorier* Målgruppe: gymnasiale uddannelser	Jeppe Hust, Naturvidenskabernes Hus
Innovation i klasserummet i folkeskolen Målgruppe: grundskoler	Stefan Mandal Winther, lærer, Vestre Skole, Silkeborg
Uddannelse til selvstændighed Målgruppe: grundskoler, gymnasiale uddannelser, erhvervsuddannelser	Svetlana Drevskih, Projekt Selvstændighedsuddannelser i Region Sjælland
Opstart af innovationslinje i grundskolen Målgruppe: grundskoler, gymnasiale uddannelser	Allan Sørensen, Rolf Krake Skolen, Holstebro
*) Udgik pga. sygdom.	



Model som netop er blevet anvendt som rammeværk i kurset Innovation Pedagogics, et kursus i innovationspædagogik for universitetsundervisere på KU, DTU og CBS.

Innovation bliver tilsyneladende i stadig højere grad udsat for en omfattende begrebsafklaring, hvilket til dels kan skyldes at diskussionen om innovation i større omfang end tidligere udspiller sig inden for og på tværs af flere forskellige faggrænser hvor aktørerne søger at tilegne sig en fælles forståelse af begrebet for at kunne indgå i dialog og samarbejde. De fleste definitioner vil kredse omkring værdiskabelse, hvilket gør at begrebet har en fleksibel fortolkningsramme idet værdi har vidt forskellige betydninger afhængigt af de involverede aktører og dagsordener.

Innovationspædagogik omhandler ifølge Lotte Darsø undervisningsforløb som giver deltagerne mulighed for at udvikle innovationskompetencer (Darsø, 2011). Innovationspædagogik er et forholdsvis nyt felt under udvikling hvorimod innovationsteori blev etableret som selvstændigt forskningsområde i 1960'erne og er studeret med afsæt i mange forskellige rationaler som fx: det økonomiske, det sociotekniske, det samfundsorienterede, det designorienterede og det ingeniørvidenskabelige. I tillæg hertil er der desuden forskellige områder som har optaget forskerne, som fx ledelse af og strategier for innovation, typer og klassificering af innovation, organisation, rammeværk og processer for innovation samt udbredelse (*diffusion*) af innovation. Innovation dækker altså over et bredt forskningsområde som ikke lader sig beskrive via en kortfattet definition.

Til BIG BANG-konferencen var der også en diskurs omkring *hvorfor* vi skal integrere innovation i undervisningen, hvilket kom til udtryk i nogle af oplæggene og i fællesdiskussionerne. Det er ikke kun til denne konference at man diskuterer (enten med skepsis eller begejstring) hvorfor vi skal arbejde med innovation i uddannelse, og det kan dels skyldes at innovation er del af en politisk dagsorden (jf. regeringens innovationsstrategi fra 2012), dels at det bliver opfattet som et buzzword for et forbigående fænomen. Jan Alexis Nielsen beskriver hvordan innovationskompetencer har været på dagsordenen for uddannelse siden 90'erne (Nielsen, 2013), og jeg tror også at innovation via forskellige tiltag er på vej til at blive en etableret del af vores uddannelsessystem. Jeg mener at fremtidens naturvidenskabelige studerende på de videregående uddannelser i højere grad har brug for undervisning som motiverer deres fag-faglige læring samt forbereder dem på at bruge deres faglighed i sammenhænge hvor de bidrager til helhedsorienterede, bæredygtige løsninger for samfundet. Jeg vil ikke komme mere ind på argumenter for hvorfor vi skal integrere og institutionalisere innovation i hele uddannelsessystemet, men blot pointere at det præger debatten at man kredser længe omkring definitioner og argumenter om *Hvorfor?* før man kan nå frem til *Hvordan?* vi kan gøre det.

## Den faglige kontekst

Der tegner sig et differentieret billede af hvordan innovation i undervisningen foregår i praksis afhængigt af den faglige kontekst og læringsmål. Der er tilsyneladende på alle uddannelsesniveauer nogle fag som er mere oplagte at integrere med innovationsprocesser end andre. Matematik er et typisk eksempel på et fag som opfattes som vanskeligt at integrere med innovation, hvorimod mere anvendelsesorienterede naturfag virker til at være lettere at koble med innovationsprocesser. Det kan være en udfordring "at få naturfagsdelen 'landet' tilfredsstillende", som der blev fortalt om på konferencen i oplægget *Innovation: modeord eller meningsfyldt læringspraksis?* (Mortensen, 2014), og i fællesdiskussionerne udtrykte undervisere bekymring over at eleverne ikke lærer det naturfaglige indhold godt nok fordi innovationsprocesserne tager for meget fokus og tid.

Hvis jeg skal trække en parallel til mit arbejde på Københavns Universitet, så udgør de meritgivende forløb på Det Natur- og Biovidenskabelige Fakultet dels "rene" innovationskurser og dels fagtematiske innovationskurser hvor man tager udgangspunkt i den domænespecifikke forskning og undervisning på det enkelte institut, og så tilrettelægges innovationsprocessen omkring denne faglighed. Jeg har for nylig været med til at udvikle kurset *Innovation Inspired by Nature* som udbydes på Institut for Plante- og Miljøvidenskab på KU, hvor studerende med naturvidenskabelig baggrund samarbejder med studerende fra andre studiebaggrunde for at løse en udfordring stillet af en ekstern opdragsgiver (virksomhed eller organisation) med udgangspunkt i naturfænomener som inspiration til løsninger. Denne tilgang til innovation hvor man efterligner naturens løsninger, kaldes for biomimetik, biomimik eller bioinspireret design. En del af læringsmålene for kurset er at den studerende skal opnå kompetencer til at overføre biologisk viden til innovative løsninger, hvilket indebærer at de studerende skal undersøge og forstå et væld af biologiske fænomener som basis for at udvikle nye idéer til konceptløsninger. Et eksempel på et biologisk fænomen som endte med at blive anvendt i en løsning, var rottetænders selvspidsende egenskaber som gav inspiration til forbedring af en harvespids<sup>3</sup>. Dette kursus var tilrettelagt således at de studerende blev faciliteret igennem en proces hvor de skulle opfylde nogle delmål med specifikke leverancer som på den måde understøttede læringsmål for kurset og bioinspireret innovation som tilgang for deres innovationsprocesser.

Dette var den faglige kontekst for kurset *Innovation Inspired by Nature*, og det fordrer et anderledes procesdesign end innovationskurser inden for fx IT, sundhed eller fødevarer grundet de kontekstuelle forskelle. Disse forskelle har indflydelse på hvordan man strukturerer det fag-faglige og det innovationsfaglige indhold i relation til selve opbygningen af innovationsforløbet i undervisningen. Det faglige indhold

3 En harvespids er en sliddel til en landbrugsmaskine.

der skal undervises i, har altså afgørende betydning for hvordan man tilrettelægger innovationsforløb i undervisningen for at de studerende har de optimale rammer for at kunne opfylde de faglige mål.

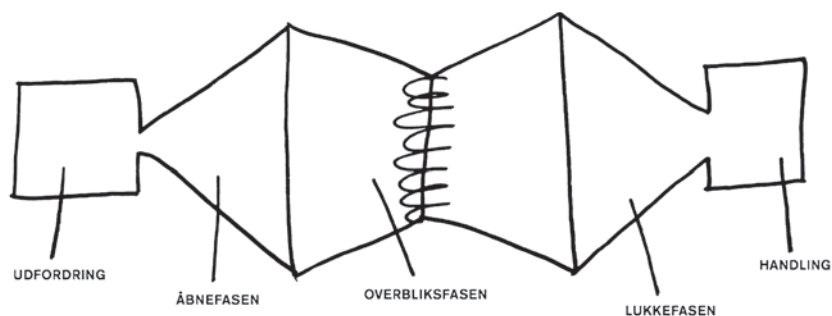
### *Rammesætning af innovationsprocesser i undervisning*

Innovationsmodeller og metoder til at organisere og drive innovationsprocesser har efterhånden fundet vej til uddannelsessystemet og bliver anvendt i praksis. Kendetegnende for innovationsprocesser er at de ikke er lineære, men derimod iterative udviklingsprocesser (Kline & Rosenberg, 1986). Dog er mange procesmodeller til undervisningsbrug typisk inddelt i faser for at sikre struktur og fremdrift, og selve faserne er præget af en kombination af divergent og konvergent tænkning hvor problemforståelse udvikler sig i takt med problemløsning. Innovationstrappen (Sørensen & Dall, 2010), KIE-modellen (Kromann-Andersen & Jensen, 2009) og åbne-lukke-modellen (Danielsen et al., 2012), som vises i figur 1, er tre eksempler på procesmodeller udviklet specifikt til innovationsforløb i undervisning.

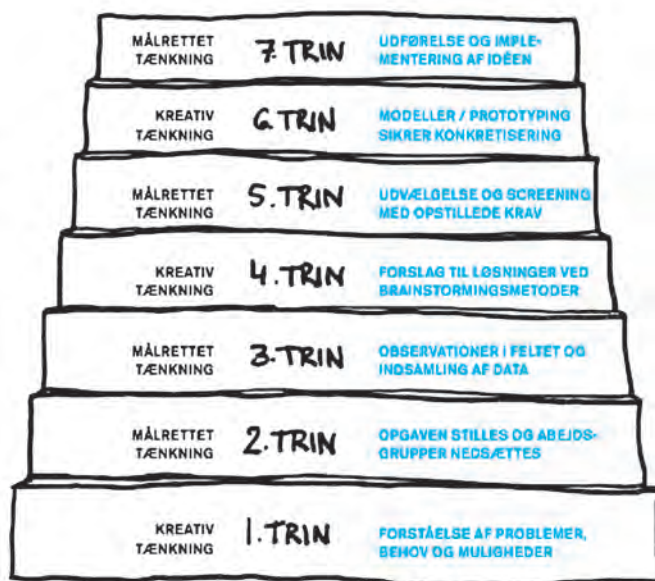
Innovationstrappen blev anvendt i en workshop på BIG BANG-konferencen til *Intro til Innovation og læring – hvad snakker vi om?*. Til workshoppen blev omkring 100 deltagere faciliteret igennem en proces på 30 minutter fra problem til prototype med udgangspunkt i problemstillingen “Hvordan kan vi ændre på de fysiske rammer i skolen så uro bliver et mindre problem?”. Det er overraskende hvor meget man kan nå på 30 minutter når processen er styret efter en stringent forløbsmodel. Innovationsworkshops kan på den måde inspirere og give deltagerne en fælles reference for hvordan innovationsprocesser kan se ud og opleves.

Men selvom underviserne har stadig flere procesmodeller og innovative metoder til at rammesætte undervisningen, indebærer innovationsdidaktik også nye krav om at kunne facilitere innovationsprocesser. Facilitering kan være særlig udfordrende for de undervisere som er vant til at påtage sig en ekspertrolle i undervisningen. Underviseren skal fx overveje sin involvering i innovationsprocessen og tage stilling til i hvilken grad de studerende (og for dens sags skyld også elever) selv skal navigere frit og foretage deres egne valg, og hvordan de bør vejledes. Det er en klassisk faldgrube at underviseren mere eller mindre bevidst påvirker de studerendes idéudvikling i en bestemt retning, hvilket bl.a. kan bero på et ønske om at idéerne får en (natur)faglig vinkling for at de studerende får anvendt deres faglighed optimalt. Faciliteringen af de studerendes innovationsproces kræver en forståelse af hvordan det faglige indhold skal sættes i spil i innovationsprocesser, og hvordan de studerende opnår læring ved at agere, undersøge, analysere, udvikle, samarbejde og tage beslutninger i disse processer.

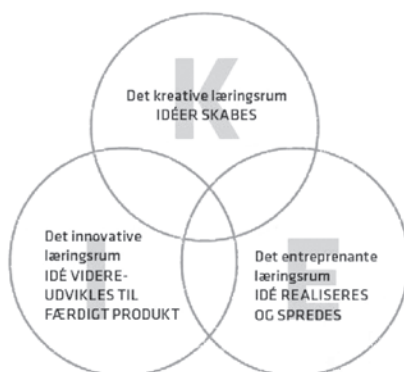
En løsningsmodel vi har benyttet på KU, er at etablere et hold af undervisere/forskere, facilitatorer og eksterne oplægsholdere på innovationskurser. Med den slags



Åbne-lukke-modellen



Innovationstrappen



KIE-modellen

**Figur 1.** Tre innovationsmodeller. Øverst: åbne-lukke-modellen. I midten: innovationstrappen. Nederst: KIE-modellen.

organisering har man mulighed for at dække både fag-faglige og innovationsfaglige læringsmål samt understøtte faciliteringsbehov for de studerende.

Undervisningsplanlægning indebærer også stillingtagen til hvordan de studerende skal evalueres, og hvordan et kursusdesign understøtter læringsmål, evaluering og eksamensform. Spørgsmålet om hvordan man evaluerer elever og studerendes innovationskompetencer, havde også interesse på konferencen, hvor Jan Alexis Nielsen holdt sit oplæg *Vurdering af innovationskompetence*, og emnet er blevet diskuteret og kommenteret i MONA af Jan Alexis Nielsen (Nielsen, 2013) og Morten Misfeldt og Rikke Magnussen (Magnussen & Misfeldt, 2014). Sammenhæng imellem evaluering og prøveformer, undervisningsmetoder og kursets opbygning er meget vigtig for at rammesætte innovationsforløb i undervisningen, og det foregår på mange måder i de undervisningsforløb som jeg har været involveret i eller har kendskab til. Der kan ofte være usikkerheder forbundet med at vurdere kvaliteten af leverancer, såsom problemforståelse, idéer og endelige løsningskoncepter, i innovationsprocessen. For det første kan innovationspotentiale kun vurderes teoretisk, da man først kan fastslå i retrospektiv om der egentlig er tale om en innovation. For det andet vil der altid være nogle studerende som får tildelt bedre vilkår end andre for deres innovationsprojekter i form af fx mere samarbejdsvillige virksomheder eller mere inspirerende problemstillinger. De studerendes refleksioner over deres egne leverancer, innovationsproces og anvendelse af fag-faglighed i innovationsprocessen vil derfor typisk også indgå som en del af eksamen for at sikre en balanceret evaluering.

I skrivende stund udvikles der på nye evalueringskriterier og prøveformer for innovations- og entreprenørskabskompetencer på de videregående uddannelser via forskellige initiativer. Udfaldet af denne udvikling har spændende perspektiver og vil have stor indflydelse på, hvordan vi rammesætter innovationsforløb i undervisningen fremover.

## Afrunding

De nye udviklingstiltag inden for innovationsdidaktik i hele uddannelsessystemet har nogle interessante perspektiver. De studerende som jeg møder på universitetet inden for de naturvidenskabelige fag i dag, har ingen eller ikke særlig meget erfaring med innovationsprocesser, men dette er tydeligvis ved at ændre sig. BIG BANG-konferencen gjorde det klart for mig at man på de videregående naturvidenskabelige uddannelser skal være klar til at modtage nye typer studerende som har udviklet innovationskompetencer i løbet af folkeskolen og på gymnasieniveau.

## Referencer

- Danielsen, K.M. et al. (2012) *Metoder. Ideer der rykker – en samling af koncepter, forløb og metoder til brug for innovationsundervisning i gymnasiet*. Innovationskraft og Entreprenørskab på Gymnasier i Region Hovedstaden.
- Darsø, L. (2011). *Innovationspædagogik*. København: Samfundslitteratur.
- Kline, S.J. & Rosenberg, N. (1986). An Overview of Innovation. I: R. Landau & N. Rosenberg (red.), *The Positive Sum Strategy: Harnessing Technology for Economic Growth* (s. 275-305). Washington, D.C.: National Academy Press.
- Kromann-Andersen, E. & Funch Jensen, I. (2009). *KIE-modellen – innovativ undervisning i videregående uddannelse*. Erhvervsskolernes Forlag.
- Magnussen, R. & Misfeldt, M. (2014). Når to bliver til flere – om udfordringerne for innovationsdidaktikken i naturfagsundervisningen. *MONA*, 2014(1), s. 88.
- Mortensen, K. (2014). *Innovation – modeord eller meningsfyldt læringspraksis?* Lokaliseret den 16. april 2014 på [www.bigbangkonferencen.dk/praesentationer-2014](http://www.bigbangkonferencen.dk/praesentationer-2014).
- Nielsen, J.A. (2013). Innovationsfremmende naturfagsundervisning – to udfordringer for vores felt. *MONA*, 2013(4), s. 56-66.
- Regeringen. (2012). *Danmark – løsningernes land. Styrket samarbejde og bedre rammer for innovation i virksomhederne*. København: regeringen.
- Sørensen, D. & Aaslyng Dall, J. (2010). 3N – Innovationstrappen. Lokaliseret den 16. april 2014 på [http://pub.uvm.dk/2011/eudinovation/innovation\\_hvordan.html#04](http://pub.uvm.dk/2011/eudinovation/innovation_hvordan.html#04). *Iværksætter og innovation i erhvervsuddannelserne – råd og vink*. Undervisningsministeriet.



# Kommentarer

I denne sektion bringes kommentarer til tidligere bragte artikler. Kommentarerne skal være saglige, samt fagligt og analytisk funderede. Kontakt gerne redaktionen forinden indsendelse af kommentar. Indsendte kommentarer vurderes af redaktionen og er ikke genstand for peer-review.

# Det tilstræbte matematikindhold og teknologi – spiller det sammen?



Henrik Bang – Center  
for Computerbaseret  
Matematikundervisning, CMU



Claus Larsen – Center  
for Computerbaseret  
Matematikundervisning, CMU

*Kommentar til Morten Misfeldt: "Trekantberegning og teknologi", MONA, 2014(1)*

I *MONA*, 2014(1), har Morten Misfeldt en glimrende artikel om den indflydelse teknologien bør have på udviklingen af matematikcurriculum. Synspunkter om at undervisning, læring og – som i artiklen – trekantsberegning ikke er teknologineutralt, bør nyde stor opmærksomhed. Temaer som black bokse, opgavers rolle i matematikundervisningen og forskellige digitale værktøjers styrker og svagheder har været centrale didaktiske udfordringer i gymnasiet og kommer nu også til folkeskolen.

Derfor denne kommentar. Det skal understreges at der netop er tale om en kommentar. Der er således hverken referencer eller stillingtagen til det teoretiske udgangspunkt i pragmatismen repræsenteret ved John Dewey – andet end at den virker sund. Kommentarerne er foruden at være selektive og formuleret i et gymnasieperspektiv også noget kalejdoskopiske, og pladsen tillader ikke en grundigere diskussion eksempelvis med udgangspunkt i en stofdidaktisk analyse. Der er behov for at grave dybere, som Morten også peger på med sin artikel.

Nedenfor giver vi en række eksempler på opgaver/problemstillinger der kan illustrere redskabsbrugen. Hensigten er ikke kun at se på hvilke der er bedst til at give et svar, men at de også vurderes ud fra andre betragtninger som hvilken matematisk indsigt (både i bredde og dybde) aktiviteten giver, hvilke matematiske såvel som redskabsmæssige forudsætninger der fordres, hvorledes de bidrager til nødvendige rutiner osv.

Morten tager udgangspunkt i tre tilgange til trekantsberegninger i skolen – den euklidiske, den automatiserede og den algebraiske løsningsstrategi – som sammenlignes med hensyn til om de er matematiske på tre parametre: præcision/eksakthed, anvendelighed/effektivitet og indsigtsfuldhed.

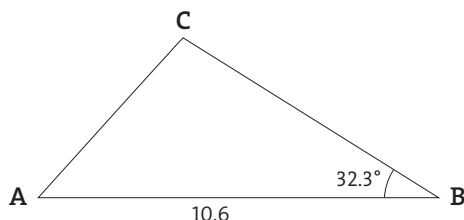


I diskussionen om præcision og eksakthed er vi for så vidt enige i at der ingen afgørende forskel er på de tre løsningsstrategier – hverken med hensyn til eksakthed eller stringens – alene af den grund at der ikke er så stor praktisk modsætning mellem den euklidiske tilgang og den algebraiske som antydnet. En trigonometrisk tabel vil have form af en lommeregner eller et mere avanceret CAS-program som Nspire eller Maple. Tilsvarende er den euklidiske tilgang ikke rent geometrisk – dvs. en konstruktion med passer og lineal – hvis der bruges et geometriværktøj som GeoGebra. Eksempelvis er vinklen på  $32^\circ$  (figur 1 i Mortens artikel) ikke en foreliggende vinkel der afsættes som i den græske geometri.

Der er dog mere på spil her end blot præcision og eksakthed som stringens. Der er også *vurderingen* af eksaktheden og *den matematiske italesættelse* af stringensen. Det første vedrører black boks-problematikken, der kommenteres senere. Med hensyn til stringensen hviler den euklidiske tilgangs validitet på den klassiske konstruktionsgeometri som også kræver en vis behandling. Man kunne fx spørge om det i GeoGebra er lige så validt at afsætte den vinkelrette igennem et punkt A på en linje parallel med x-aksen ved at bruge kommandoen *vinkelret linje* som ved at klikke på et punkt på linjen med samme x-værdi som A.

Pointen er dels at den euklidiske løsningsstrategi ikke er selvforklarende, men ofte kræver kendskab til bestemte fremgangsmåder, dels at der i de fleste læringssammenhænge ikke er en “aristotelisk” dualitet mellem den euklidiske og den algebraiske løsningsstrategi, men et spektrum der udspændes af den rene konstruktionsgeometri og en ren algebraisk løsningstilgang. Dette bliver endnu tydeligere hvis man bevæger sig fra simple til lidt mere komplicerede problemstillinger:

- For at kunne anvende GeoGebra matematisk korrekt ved trekantsberegning skal man kende konstruktionsmåden i den euklidiske variant – altså i princippet trekantstilfældene. Læringsmæssigt understøttes de af den algebraiske tilgang. Tag fx opgaven hvor der er givet en trekant med vinkel  $A = 30^\circ$ , siden  $b = 5$  og siden  $a = 4$ .
- Trekantsopgaver behøver ikke at være stillet så man kender tre oplysninger om sider/vinkler. Opgaven kunne være at bestemme siderne i trekant ABC når arealet er givet ved at være 24, og siden  $a$  er 6, og vinkel  $A$  er 40 grader (kan løses fx som to ligninger med to ubekendte – men hvis man ikke kender til synsvinkelbuen, er den ikke nem euklidisk).
- Et eksempel hentet fra STX matematik A 24. maj 2013 ligner lidt ovenstående og viser at eleverne i praksis møder den opgavetype i dag.

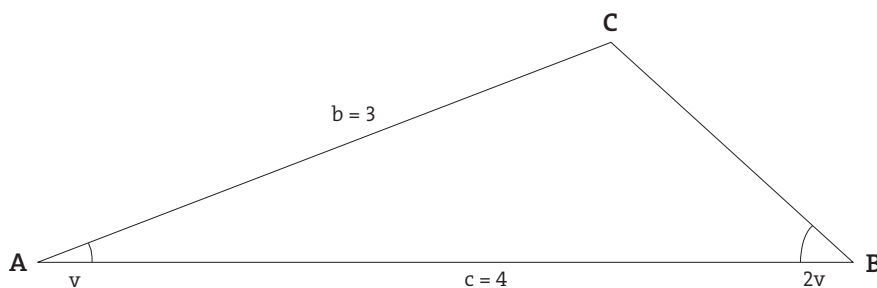


Om trekant  $ABC$  oplyses, at arealet er 22.9 samt at  $\angle B = 32.3^\circ$  og  $|AB| = 10.6$ .

- Bestem højden fra  $C$ .
- Bestem omkredsen af trekant  $ABC$ .

Det første spørgsmål kan besvares algebraisk ud fra formelen for en trekants areal, der er kendt fra folkeskolen, og er nok en hjælp til næste spørgsmål. Euklidisk (fx med GeoGebra) vil kendskab til arealet af trekanter med fælles grundlinje mellem to parallelle være en (ikke elementær) forudsætning. En algebraisk tilgang hvor sinus indgår, ligger måske mere lige for.

- Den euklidiske tilgang med GeoGebra kan udfordres yderligere. Hvad med denne opgave hvor man på en måde kender to sider og en vinkel: I en trekant med to vinkler med værdien henholdsvis  $v$  og  $2v$  er den mellemliggende side 4, og den modstående side til vinklen  $2v$  er 3. Bestem den sidste side.



Pointen er ikke om den type opgaver kan løses euklidisk, men at algebraisering af geometriske opgaver kan være hensigtsmæssig – enten for at trække på generelle egenskaber hos værktøjsprogrammet – fx Maple – eller for at få indsigt i problemet. Læringsmæssigt kan det være interessant at lade de forskellige tilgange understøtte problemundersøgelsen frem for at lade dem (ud)konkurrere hinanden.

Der er, som Morten også siger, situationer hvor der skal løses rigtig meget triviell regning.

To radarposter A og B placeret i afstanden 50 km sender radarsignaler ud der ram-

mer et fly. Vinklen i forhold til nord målt med 10 minutters mellemrum set fra A er henholdsvis 45, 45,2, 45,4 og 43,1. Hvor langt er flyet væk fra A når retningen fra B er henholdsvis 15, 15,1, 15, 3 og 15,5 grader til nord? Hvordan varierer flyets retning og hastighed mellem de fire positioner?

Rutinen favoriserer måske en algebraisk tilgang – og fordi der skal regnes videre, er det også ofte en fordel at befinde sig i et regneegnet miljø. Pointen er også at en tilgang hvor man designer opgaven løst i ét tilfælde der bruges i tre efterfølgende løsninger, kan være et eksempel på at eleverne *selv* går et skridt i retning af automatiserede løsninger (men at CosSinCalc måske ikke er god til denne brug).

Som det ses, er *effektivitet* meget afhængig af om opgaven er stillet på en sådan måde at teknologien er nem at bruge, men det afhænger også af hvilket perspektiv man anlægger på læreprocessen.

Diskussionen om *indsigtsfuldhed* er interessant. Det der er på spil, er også et spørgsmål om at den matematiske “løsningsstrategi bør også vurderes på om den giver indsigt i matematikken selv og peger frem imod ny matematisk teori”. Strategierne er alle afhængige af hvordan de bringes i anvendelse af eleverne. Men de automatiserede løsninger er nok svagest her. Derfor er diskussionen af de andre to løsningsstrategier mest interessant. Også her befinder vi os mere i et spektrum mellem det rent geometriske og rent algebraiske end i en dualitet mellem de to. Skal de trigonometriske funktioner bruges algebraisk (og det vil i praksis sige med et værktøjsprogram), skal de defineres, og deres egenskaber undersøges. Her gøres der brug af både en geometrisk repræsentation og en repræsentation ved tabel. Skal vi regne på trekanter der ikke er rette, er der brug for en udvidelse af definitionerne på cosinus og sinus (den almindelige fremgangsmåde i mange lærebøger er at indføre sinus og cosinus vha. den retvinklede trekant, som et forhold mellem en katete og hypotenusen og senere udvide definitionen via enhedscirklen). Både tankegangen om forskellige repræsentationer og tankegangen om at udvide fra det mere håndgribelige til det mere abstrakte er noget der peger fremad på et mere overordnet plan. På et mere konkret plan peger den tilgang hvor det euklidisk/geometriske og det algebraisk/analytiske ses i sammenhæng, frem mod områder som vektorregning og videre mod komplekse tal. Endelig kan man pege på trekantsberegninger som et trods alt elementært område hvor geometrien og algebraen spiller sammen.

Vi er meget enige i at der er elementer af black bokse i alle løsningsstrategierne, og at det udfordrer indsigtsfuldheden. Det der er interessant, er dog ikke så meget om man kan tjekke om der er fejl i beregningerne, men om potentialet for at gøre black boksene mere matematisk transparente er til stede.

Eksempelvis hviler den algebraiske tilgang som nævnt ovenfor i praksis på brugen af CAS-værktøj. Her kan man gå mindst to veje. Ved trekantsberegning kan man gennemføre beregninger ved det man kalder simuleret håndregning – dvs. gennemføre

udregningerne skridtvist vha. værktøjet (opstille ligninger, isolere vinkel eller side, tage inversfunktion) – eller man kan bruge værktøjets ligningsløser. Det sidste er hurtigt og intuitivt appellerende og kan automatiseres, men indebærer en række problemstillinger. Hvad med tilfælde med flere løsninger, eller dybere: Hvordan håndterer CAS-programmet egentlig omvendte funktioner?

Med CAS-programmer som Maple må man ofte ty til lidt komplicerede kommandoer – ikke mindst inden for geometrien idet løsninger her ikke er trivielle.

## Den skolemæssige udfordring

Vi er gået tæt på det konkrete fordi det er det Morten lægger op til, men også fordi det er i forhold til konkrete læringsmål at redskaberne skal vurderes. Hvis læringsmålet er at man skal kunne løse trekantsopgaver af Mortens type med dragen eller opgaver der er givet så CosSinCalc på forhånd kan løse dem, så bliver spørgsmålet jo blot hvad der lettest løser opgaven, men hvis læringsmålet er lidt mere komplekst – fx at kunne spejle algebraiske og geometriske metoder i hinanden – bliver spørgsmålet i højere grad om matematikken i sig selv er transparent nok – altså om eleverne i tilstrækkelig høj grad er i stand til at beskrive metoderne, og om de rent faktisk også behersker denne matematik.

Og her kommer naturligvis også beherskelsen af redskabsprogrammet ind i billedet. Det er ikke realistisk at elever kan beherske alle mulige programmer. Man er nødt til at holde sig til nogle få.

Der er algebraiske muligheder i GeoGebra. Skal de bruges, eller er de ikke tilstrækkelig transparente? Maple har kun få muligheder hvad angår trigonometri, men man kan dog lave en skitsetegning. Er det nok geometri?

Som Morten karakteriserer indsigtsfuldhed, er det naturligvis nødvendigt at læreren har et progressionsblik rettet mod fremtidige anvendelser (og uddannelser).

En sådan vurdering kan fx føre til at GeoGebra (geometrisk tilgang) også er anvendeligt i forbindelse med kurveundersøgelse og tangentbestemmelse – og tilsvarende at algebra med CAS-programmer også kommer ind her mens pladsen for CosSinCalc der peger i retning af triangularisering, måske så forekommer mere begrænset. Omvendt er programmet så simpelt at det for nogle måske er værd at bruge alligevel.

Og dermed rører vi også ved endnu et dilemma i teknologidiskussionen. Vi har allerede meget sortering i forhold til det at kunne/ikke kunne bestemte former for matematik i skolen. Matematik på B-niveau i gymnasiet – både indhold og resultater – afspejler problemet. Der er sat fokus på anvendelser (fx  $\chi^2$ -test og regressioner) der kun kan udføres med teknologi. Matematikken er ikke særlig transparent. Fokus bliver derfor på fortolkningen af outputtet og på at man kan tilpasse opgavernes input til hvordan programmerne vil have det.

Det gør undervisningen afhængig af teknologien og eleverne afhængige af at de behersker den. Den typiske form er færdige ark eller pakker der i grunden ligner Cos-SinCalc-tilgangen.

Dermed har vi skabt ikke én, men to barrierer: én der handler om at etablere transparens af disse metoder og deres forbindelse til matematik i øvrigt (fx til eksponential- eller potensfunktioner), og én der handler om rutine og funktionsvenlighed af selve programmet.

Vender vi tilbage til Mortens konklusioner, er vi enige i at det ikke lader sig gøre at spole tiden tilbage og fjerne de nye teknologier, men at en nytænkning af curriculum er ønskeligt. Inden vi går for drastisk til værks med fare for at smide barnet ud med badevandet, skal vi som antydnet ovenfor fortsætte bestræbelserne på at finde en god balance mellem læring, interesse og sund matematik.

Center for Computerbaseret Matematikundervisning, Københavns Universitet (CMU), har samme afsæt som Mortens artikel: at undersøge den nærmere sammenhæng der er mellem introduktion af ny teknologi og matematikundervisningen, herunder nye muligheder for matematisk indsigt. Vores kerneydelse er aktionsforskning i form af støttede udviklingsprojekter gennemført i de gymnasiale uddannelser.

Der ligger hermed en åben invitation til i et projekt at tage fat på nogle af de problemstillinger som Morten Misfeldts artikel rejser. Besøg os på [www.math.ku.dk/forskning/cmu/](http://www.math.ku.dk/forskning/cmu/).

# Trekantsberegninger, trigonometri og trivialmatematik



Carl Winsløw, Institut for  
Naturfagenes Didaktik,  
Københavns Universitet

*Kommentar til Misfeldt: Trekantsberegninger og trigonometri, MONA, 2014(1)*

Misfeldt har med sin artikel givet et sjældent og værdifuldt eksempel på en disciplin i matematikkens didaktik som gennem en del år har været noget forsømt, nemlig *stofdidaktisk analyse* af et matematisk indholdsområde mhp. at klargøre en eller flere udfordringer for undervisningen indenfor dette område, i en konkret institutionel ramme. I dette tilfælde er der ovenikøbet tale om et dilemma som genfindes ifm. en del andre emner både i gymnasiet og i folkeskolen, nemlig den trivialisering af matematikundervisningen som en ukritisk brug af IT-teknikker har tendens til at medføre. I dette tilfælde drejer det sig om en klassiker i matematikundervisningen (tidligere især på 1. g-niveau, siden 2009 i folkeskolens ældste klasser): beregning af ukendte sider og vinkler i en trekant hvor en tilstrækkelig del af disse er givne. Der findes nu lettilgængelige applets, fx <http://cossincalc.com>, som tillader løsning af sådanne opgaver uden at brugeren behøver den mindste smule indsigt i trigonometri eller, for den sags skyld, plangeometri. Man kan sagtens indvende at det klassiske håndarbejde også kan tilegnes uden en sådan indsigt og i sidste ende er ækvivalent med den algoritme som den IT-baserede løsning er baseret på (og som *open source*-programmer som *CosSinCalc* faktisk giver adgang til). Og *CosSinCalc* giver, som artiklen viser eksempler på, også de formelbaserede mellemregninger som eleverne måske har brug for at diske op med hvis det kræves af opgavestillerne. Men det ændrer ikke ved at det er blevet vanskeligere at motivere et studium af den matematiske teori for beregningerne alene med udgangspunkt i de nævnte opgavetyper.

Den mere overordnede pointe i den stofdidaktiske analyse er således at undervisningsfaget under alle omstændigheder påvirkes af introduktionen af nye værktøjer – fra regnestok til CAS. Man kan så vælge en eller flere af flg. strategier til at kontrollere påvirkningen:

1. At forbyde eleverne at bruge den instrumenterede teknik, som kendt fra “Prøver uden hjælpemidler” (her: uden computer eller regnemaskine med “trekantsberegner” installeret)
2. At udvikle nye opgavetyper som ikke kan løses (alene) med den instrumenterede teknik; disse vil i mange tilfælde være mere abstrakte eller vanskelige, fx hvis der indgår en parameter eller et interval som en eller flere ubekendte sider eller vinkler, mere indviklede problemstillinger etc.
3. At acceptere at denne del af faget er tømt for matematisk indhold (“trykke på knapper-matematik”), og så i stedet opdyrke helt andre stofområder (Misfaldt nævner fx matematisk modellering af svingende fænomener og – ikke uden sammenhæng hermed! – løsning af visse typer af differentiaalligninger).

Valg og implementering af sådanne strategier foretages desværre ofte uden en dyberegående analyse af muligheder og udfordringer i undervisningen som også inddrager hensyn til undervisningen indenfor andre stofområder, og elevernes faktiske forudsætninger og kapaciteter. Det er langt fra en selvfølge i nutidens hurtige pædagogiske klima. Reformpædagogiske konvertitter har det med at opfatte alt der vedrører konkret indhold, som irrelevante detaljer – “stof” er jo nærmest blevet et tabuord de seneste årtier. Men springer man over den stofdidaktiske analyse som betoner sammenhænge i og resultaterne af elevernes konkrete matematiske aktivitet indenfor et givet indholdsområde, ender man i praksis alt for let med en variant af (3):

(3a) At acceptere at denne del af faget er tømt for matematisk indhold.

Ved en omfattende brug af dette princip bliver matematikundervisningens genstand reduceret til en perlerække af små, uafhængige opgavetyper som hver for sig løses ved passende valg af en “black box” hvor opgaven indtastes som input, og svaret (med eller uden mellemregninger) popper op som output i et splitsekund – med eller uden muligheder for kontrol af resultatet.

Spørgsmålet om trekantsberegninger giver ikke kun anledning til at forfølge – og måske genopdage – værdien af stofdidaktisk analyse og derpå baseret *didaktisk ingeniørarbejde* (Artigue, 2009) som forener matematisk kreativitet med eksperimentelt arbejde i undervisningssituationer. Det nødvendiggør også en fornyet diskussion af de mere overordnede *formål* med matematikundervisningen som nok altid har været udspændt mellem *nytteformål* og *erkendelsesformål*. I det foreliggende tilfælde er det ikke svært at pege på praktiske opgaver som mere eller mindre let kan reduceres til trekantsberegninger; problemet er at hvis man fokuserer på det lokale formål, at sætte eleverne i stand til at løse sådanne opgaver, er det vanskeligt at se et studium af trigonometriske funktioner og identiteter som andet end forældede omveje ift.

simpelthen at instruere i en kontrolleret brug af *CosSinCalc*. Man kan måske endda argumentere for at et ensidigt fokus på matematikundervisningens nytteformål ofte fører til en accept af (3a) der langt fra er ukendt i mange praktiske virksomhedstyper som kun "inde i programkoden" er baseret på matematik.

Den erkendelsesmæssige værdi i et studium af trekantssætningerne (om nødvendige og tilstrækkelige betingelser for kongruens) eller af trigonometri som en algebraisk begrundelse heraf kan derimod ikke fastholdes ved at forfølge strategien (3) og slet ikke (3a); samtidig er der noget fundamentalt utilfredsstillende ved (1) der som allerede nævnt også let fører til en form for rutinisering af algebraiske teknikker som gennemføres med nogenlunde samme erkendelsesmæssige resultat som (3a). Tilbage står i en vis forstand kun (2).

"Euclid must go!" var Bourbakisternes slagord ved gennemførelsen af den gennemgribende algebraisering af matematikundervisningen i skolen, specielt indenfor geometri, som blev gennemført i 1960'erne og 1970'erne i mange lande. Bourbaki gik mere eller mindre samme vej da den algebraiske formalisme viste sig at volde endnu større vanskeligheder end Euklid. Men skal der være andet tilbage end Wolfram og WWW, er en nybesindelse på matematikundervisningens erkendelsesformål efter min vurdering uomgængelig. Den begynder med at erkende og analysere problemet, som Misfeldt med sin artikel har bidraget til i det foreliggende tilfælde. Den fortsætter med systematisk at forfølge en eller flere af de tre strategier som er anført ovenfor – og sikkert flere andre. I dette arbejde er der spændende og hidtil forsømte potentialer for samarbejde mellem matematikere i forskellige institutioner (ikke mindst skoler, virksomheder og universiteter, jf. også Winsløw, 2012). Det sker allerede i del sammenhænge, fx i et stort antal udviklingsprojekter på skolerne og ifm. igangværende ph.d.-projekter som Britta Jessens (gymnasiet) og Klaus Rasmussens og Kaj Østergaards (folkeskolen). Og i sådanne fortsættelser er teoretisk kontrolleret eksperimentelt arbejde nødvendigt såfremt udviklingen af matematikundervisningens formål og indhold på sigt skal kunne styre udenom de skuffelser som hastige "mavefornemmelsesbaserede" reformer medfører.

## Referencer

- Artigue, M. (2009). Didactical Design in Mathematics Education. I: Winsløw, C. (red.), *Nordic Research in Mathematics Education. Proceedings of NORMA08* (s. 7-16). Rotterdam: Sense Publ.
- Winsløw, C. (2012). Matematiklærerprofessionen i et institutionelt perspektiv. *MONA*, 2012(4), s. 7-22.



# Misopfattelser, delvise forståelser eller diskursive vanskeligheder?

FCI-testen og divergerende teorier om forståelse af mekanisk fysik



Michael May, Institut for Naturfagenes Didaktik, Københavns Universitet

*Kommentar til Jensen, S.B. & Madsen, L.M. (2014). Nye veje til at undersøge fysikstuderendes konceptuelle forståelse af klassisk mekanik. MONA, 2014(1), s. 44-58.*

Denne kommentar til MONA-artiklen om FCI (Force Concept Inventory) testen og dens anvendelse i fysikundervisning er bevidst "tangentielt" forstået på den måde at jeg her kun vil interessere mig for det centrale *fænomen* som artiklen bidrager til at afdække, nemlig *en mangel på stabilitet af de begrebslige misforståelser* hos fysikstuderende som FCI-testen ellers synes at dokumentere. Jensen og Madsen fokuserer i MONA-artiklen på FCI som et specifikt "evalueringsformat" og især på hvordan selve evalueringsformatet udtrykker og påvirker den viden der opnås om studerendes begrebslige forståelse. Det der interesserer mig, er dog ikke skiftet af "evalueringsparadigme" som forfatterne beskriver – fra et "traditionelt" til et "sociokulturelt" paradigme – men hvad det *fænomen* de påpeger, kan betyde for vores opfattelse af studerends fysikforståelse.

## Misopfattelser og "naiv fysik"

FCI er blot den første af en lang række standardiserede test der er blevet udviklet siden 1980'erne med henblik på at dokumentere studerendes læringsmæssige udbytte i forskellige naturvidenskabelige fag som fx mekanisk fysik, termodynamik og kemi, men disse test har desuden indgået i de teoretiske diskussioner omkring studerendes begrebslige vanskeligheder med at lære naturvidenskabelige emner. Med fremkomsten af den tværvideenskabelige kognitionsforskning i 1980'erne opstod der en interesse for hvordan elever og studerende egentlig opfatter og bearbejder forskellige fags begrebslige indhold, og især med fokus på de tilbagevendende og i den forstand typiske forståelsesproblemer som undervisere erfarer.

Der viste sig dog hurtigt en række forskellige kognitive tilgange til problemet. Nogle forskere som John Clement fremhævede betydningen af “pre-conceptions” og “misconceptions”, altså elevernes forudgående forståelse af fx bevægelsesfænomener, for elevers og studerendes tilegnelse af begreber og modeller i indledende undervisning i mekanisk fysik (Clement, 1982). Clement fremhævede at observerede vanskeligheder ved at lære fysik ikke alene kan tilskrives fx problemer med matematiske færdigheder, men også det forhold at en række fysiske kernebegreber som kraft, masse og energi bliver udfordret af at elever og studerende allerede har en forudgående “intuitiv” forståelse af fysiske fænomener fra hverdagserfaringer, og at disse erfaringer og den forenkledede begrebslige forståelse som de tilsyneladende giver anledning til, er i modstrid med den mekaniske fysik.

Et godt eksempel er forestillingen om at “bevægelse implicerer en kraft”. Clement viser fx hvordan nogle studerende tegner en kraft i tangenten til et penduls bevægelsesbane for at forklare et penduls bevægelse, og jeg har selv på DTU observeret hvordan mange ingeniørstuderende i den indledende fysikundervisning i en quiz svarede at en kasse der glider ned ad et skråplan, er påvirket af en kraft i bevægelsesretningen (foruden gravitationskraften og normalkraften).

Det der især er en udfordring for fysikundervisning, er at sådanne forestillinger er *vedholdende* i den forstand at de ikke blot forsvinder fordi man modtager undervisning i klassisk mekanik, og at der er en fare for at de griber forstyrrende ind i modeller og ræsonnementer langt inde i de videregående naturvidenskabelige uddannelser. Men hvordan kan det nu være? Hvorfor opgiver elever ikke sådanne forestillinger allerede i skolen eller gymnasiet når de første gang lærer om bevægelser og kræfter? Det er her vi har brug for kognitionsforskningen til at forklare hvorfor og hvordan sådanne forestillinger vedvarer hos elever og studerende *på trods* af teoretisk viden og eksperimentelle erfaringer – hvis det vel at mærke er det der er det egentlige problem!

En første (kognitiv) begrundelse for “bevægelse implicerer en kraft”-*misopfattelsen* er at den faktisk *korrekt udtrykker en erfaring fra hverdagens aktørperspektiv på bevægelse*: Ting flytter sig fordi en aktør flytter dem – ellers bliver de stående. Det er hvad vi ofte vil se med vores egne øjne når vi ikke tænker dybere over tyngdekraft og gnidningsmodstand. I stedet for at undre sig over at sådanne forestillinger forekommer, kan vi tværtimod forklare hvorfor de er så udbredte, ved at analysere vores hverdagserfaringer.

Clement påpeger tillige hvordan studerendes misopfattelse af kraft og bevægelse svarer til tidligere opfattelser i fysikkens egen historie, så den forkerte intuition om bevægelse og kraft i hverdagen er ikke blot velbegrundet, men også så at sige lovlig undskyldt. Et andet godt eksempel er “det frie fald”: Vi lærer, som noget af det første vi støder på inden for mekanisk fysik i skolen, om “faldloven” og det forsøg i Pisa der sommetider tilskrives Galilei. Ikke desto mindre kan enhver ved selvsyn konstatere

at en kanonkugle vil falde hurtigere end en fjer. Det er der naturligvis gode grunde til, men det afgørende er at den mekaniske fysik i alle de nævnte tilfælde (pendulet, kassen på skråplanet, det frie fald) handler om vores *fysiske modeller* af verden under en række veldefinere betingelser og ikke direkte om vores fænomenale erfaring.

Som påpeget af Jensen og Madsen har David Hestenes, der er FCI-testens ophavsmand, netop fokuseret på at formulere fysikundervisning med modellering og modelforståelse i centrum, og FCI-testens svarmuligheder er opstået ud fra erfaringer med en række typiske misopfattelser af centrale begreber i mekanisk fysik (Hestenes, Wells & Swackhamer, 1992). Hvis studerendes vanskeligheder med at lære mekanisk fysik således beror på en række *erfaringsmæssigt begrundede misopfattelser*, så har det den didaktiske konsekvens at fysikundervisning må forsøge systematisk at udfordre disse "misforståelser", "hverdagsforståelser" eller "alternative teorier". Dette kan ske gennem de *begrebslige konflikter* som studerende erfarer når deres forudgående opfattelser bliver *modsagt* gennem egne eksperimentelle erfaringer eller bliver *modsagt* af andre (medstuderende eller undervisere) i klassediskussioner eller gruppearbejde med modellering af fysiske fænomener.

## Delvise forståelser og fragmenteret forståelse

I stedet for misforståelser og alternative teorier har den *fænomenografiske* tilgang til læring og undervisning fokuseret på studerendes *delvise forståelser* og på den kontekstuelle forankring af læring der derfor kræver stor variation og mange eksempler for at lede studerende frem til begrebslig forståelse (Bowden et al., 1992). Delvise forståelser er her ikke det samme som "misforståelser". I et detaljeret studie af elevers opfattelse af molbegrebet i kemi påviste Ference Marton og hans kolleger hvordan elever i kemiundervisning opnår en række indbyrdes forskellige delvise forståelser hvor studerende kan redegøre for udvalgte relationer mellem mol og andre begreber som masse, atomvægt, og Avogadros tal (Lybeck, Marton, Strömdahl & Tullberg, 1988). Tilsammen kan alle relationer der hører med i det kemiske molbegreb, beskrives som et omfattende begrebskort hvoraf de individuelle forståelser så vil udgøre forskellige delmængder, men fordi de delvise forståelser allerede udtrykker væsentlige relationer i det fuldstændige kort, vil der være gode didaktiske muligheder for at udbygge de enkelte studerendes delvise forståelser. Eleverne mangler ofte relationer til nogle af de centrale begreber, men de har ikke nødvendigvis stabile "misforståelser".

En anden teoretisk fortolkning er fremlagt af Andrea diSessa der hæfter sig ved den fragmentariske og opportunistiske karakter af studerendes forståelse. Ifølge diSessa er studerendes opfattelse af kraftbegrebet ikke stabil. Kræfter opfattes forskelligt i forskellige situationer i forhold til forskellige typer af problemer og i forhold til hvordan der spørges til denne forståelse. Dette passer således godt med Jensens & Madsens

observationer omkring effekten af forskellige evalueringsformater. Forklaringen på denne mangel på stabilitet er, ifølge diSessa, at studeredes fysiske viden skal ses som en fragmenteret “knowledge in pieces” baseret på “fænomenologiske primitiver”, det vil sige *erfaringsbaserede skemaer* med en vis general forklaringskraft, men uden større sammenhæng mellem forskellige skemaer. I en given situation kan en studerende benytte ét sådant skema der synes at beskrive eller forklare et fysisk fænomen, men i en anden situation kan et andet skema være mere nærliggende (diSessa, Gillespie & Esterly, 2004).

Jensen og Madsen vælger imidlertid selv at tolke deres empiri som udtryk for at forskellige opfattelser kan sameksistere, således at der fx kan være hvad forfatterne kalder “et Newtonsk verdensbillede” i formelle læringskontekster og et “ikke-Newtonske verdensbillede” i hverdagsituationer. Dette rettes som en kritik mod Hestenes der forudsætter at studerende har sammenhængende misopfattelser på tværs af forskellige situationer. Imidlertid er det ikke givet at den variabilitet forfatterne åbner for, skal tolkes som alternative “verdensbilleder”. Hermed begår de (i det mindste på dette sted i artiklen) i princippet samme fejl som de tilskriver Hestenes, nemlig at antage *sammenhængende opfattelser* bag den forståelse der kommer til udtryk – nu blot to forskellige opfattelser.

Jensen og Madsen gør dog opmærksom på at fordelingen af “misopfattelser” ikke passer helt med vores forventninger i forhold til de traditionelle kognitive teorier om hverdagsforståelse. I deres eksempler med bevægelsesbaner for kanonkugler og rumskibe konstaterer forfatterne at det er “bemærkelsesværdigt at den situation der opleves som hverdagsagtig, faktisk er den der får studerende til at tænke og argumentere newtonsk, mens den mindre genkendelige rumskibsopgave giver anledning til at ikke-newtonske overvejelser kommer i spil” (Jensen & Madsen, 2014, s. 57). De konkluderer derfor at selve opdelingen af fysikforståelser i Newtonske og ikke-Newtonske opfattelser måske er for unuanceret, og at der er behov for “en mere nuanceret læringsteoretisk forståelse af hvad det vil sige af have en konceptuel forståelse af newtonsk mekanik” (Jensen & Madsen, 2014, s. 57), og netop en forståelse der tager højde for den omtalte kontekstafhængighed af studerendes tænkning.

Dette kunne pege i retning af diSessa og hans fragmenterede “fænomenologiske primitiver”, men kunne dog også pege i retning af *socialkonstruktivistisk læringsteori* der fokuserer på *sproget* som et “medierende artefakt”, det vil sige at studerende “populært sagt lærer fysik ved at lære at tale om det” (Jensen & Madsen 2014, s. 54). Forfatterne bruger naturligt nok dette perspektiv til at forklare skiftet i besvarelser som følge af skiftet i “evalueringsform” (fra FCI over mod en forståelse udviklet gennem samtale), men da denne kommentar ikke fokuserer på det metodiske spørgsmål om evalueringsformer, vil jeg her i stedet forfølge tanken om at studerendes læring af fysik er knyttet til deres arbejde med *at lære at tale om fysik og fysiske fænomener*.

## Sprogets rolle i studerendes fysikforståelse

Dette er netop udgangspunkt for et nyere forsøg på at bygge bro mellem modstridende kognitive teorier om studerendes misopfattelser inden for fx mekanisk fysik. David T. Brookes og Eugenia Etkina har i en række detaljerede undersøgelser (Brookes & Etkina, 2007, 2009) vist hvordan man kan overvinde den teoretiske såvel som empiriske modsætning mellem de mere eller mindre *kohærente og vedvarende misopfattelser* som nogle forskere finder, og de *fragmenterede og kontekstafhængige videns-elementer* som andre forskere finder. Det der mangler for at bygge bro mellem disse modstridende opfattelser af studerendes forståelse, er netop en erkendelse af sprogets rolle. Fælles for de to modstridende opfattelser er desuden at *de begge ser det primære problem som knyttet til hverdagserfaringer* (som kilde til enten "naiv fysik" eller "fænomenlogiske primitiver"), og at *de begge anser studerendes tænkning for ikke at være logisk sammenhængende*. I modsætning hertil finder Brookes & Etkina at studerende – fra et epistemologisk og historisk perspektiv – kæmper med nogle af de samme problemer som fysikken selv historisk har kæmpet med at formulere. Studerendes formuleringer omkring kraftbegrebet svarer til forskellige versioner af begrebet hos fx Galilei, Kepler, Da Vinci, Newton og Leibniz (Brookes & Etkina, 2009). Dette er dog ikke i sig selv nyt og ikke den centrale pointe her. Det nye ved deres teori er påvisningen af at studerendes vanskeligheder med fx kraftbegrebet ikke er rent konceptuelle og ikke alene et udtryk for hverdagserfaringer, men derimod bør ses som udtryk for at de kæmper med at forstå de mange *repræsentationsformer* i "fysikkens sprog" ved at *fortolke de ligninger, grafer, diagrammer, analogier og sproglige metaforer de møder i fysikundervisningen*, samtidig med at de prøver at *afkode en sammenhængende ontologi* bag disse som kan *fastlægge præcise betydninger af begreber* som "kraft", "masse", "moment" og "energi". Dette er et meget omfattende og komplekst begrebsligt arbejde bl.a. fordi naturlige sprog allerede har komplekse grammatiske konstruktioner for kausale sammenhænge, jævnfør fx Leon Talmys analyser af kausalkonstruktioner på engelsk og hans skematisering af "kraft-dynamik"-skemaer i vores begrebslige og metaforiske forståelse på tværs af forskellige (sociale og fysiske) domæner (Talmy, 2000). I fysikkens sprog udtrykkes kraftbegrebet også på metaforiske måder, og dette leder studerende i retning af forskellige opfattelser af *kraft som en agent, kraft som iboende tilbøjelighed, kraft som et passivt medium for interaktion* eller *kraft som en egenskab ved objekter* (Brookes & Etkina, 2009).

Studerendes problemer med kraftbegrebet beror derfor ikke primært på faste ikke-Newtonske misopfattelser, men snarere på *vanskeligheder med at formulere den præcise betydning af begrebet* i mekanisk fysik i forhold til hverdags sproget og i forhold til andre begreber (som i eksemplet med den fænomenografiske kortlægning af molbegrebet) og især at *finde en entydig og sammenhængende ontologi* der kan forankre de fysiske begreber ("ontological disambiguation", Brookes & Etkina, 2009).

I modsætning til mange tidligere undersøgelser fandt de ved detaljerede analyser af samtaler med fysikstuderende *ikke* evidens for en udbredt (ikke-Newtonsk) forestilling om at "bevægelse implicerer en kraft". Det der kan fremtræde som inkonsistente, fragmenterede og kontekstafhængige formuleringer, er måske hverken udtryk for "misopfattelser" eller "fænomenologiske primitiver", men fornuftige forsøg på at finde en sammenhængende betydning af de fysiske begreber. Det er i den forstand måske en art "scientific literacy"-problem – et spørgsmål om hvordan studerende langsomt tilegner sig fysikken som *faglig diskurs* hvor forskellige "facetter af viden" kan sammenfattes når de studerende kan beherske fysikkens forskellige repræsentationsformer og den præcise betydning af dens faglige begreber og modeller (Linder, 2009).

Hvis vi derfor afslutningsvis vender tilbage til mit eksempel fra DTU hvor en del studerende ved en "clicker"-afstemning i klassen svarede at der var en "kraft" i bevægelsesretningen for kassen der glider ned ad et skråplan, kan det være at de slet ikke havde den forestilling (misopfattelse) som vi umiddelbart tillægger dem. Deres svarmuligheder var en række af kraftdiagrammer hvor ét af de forkerte svar viste de korrekte kræfter plus en "ekstra" kraft i bevægelsesretningen. Hvis vi følger (Brooks & Etkina, 2009), kan det være at det konceptuelle problem her snarere var at *de endnu ikke kunne skelne klart mellem "kraft" (masse gange acceleration) og "bevægelsesmængde" (masse gange hastighed)*, og dette vil ikke fremgå af deres svar på quizspørgsmålet, men derimod ved *en samtale omkring deres forståelse af situationen* med kassen på skråplanet. Så dermed er vi tilbage til den (socialkonstruktivistiske) pointe som fremføres af Jensen & Madsen!

## Referencer

- Clement, J.B. (1982). Students Preconceptions in Introductory Mechanics. *American Journal of Physics*, 50(1), s. 66-70.
- Bowden, J., Dall'Alba, G., Martin, E., Laurillard, D., Marton, F., Master, G., Ramsden, P., Stephanau, A. & Walsh, E. (1992). Displacement, Velocity, and Frames of Reference: Phenomenographic Studies of Students' Understanding and Some Implications for Teaching and Assessment. *American Journal of Physics*, 60(3), s. 262-269.
- Brookes, D.T. & Etkina, E. (2007). Using Conceptual Metaphor and Functional Grammar to Explore How Language Used in Physics Affects Student Learning. *Physical Review – Physics Education Research*, 3, 010105, s. 1-18. APS.
- Brookes, D.T. & Etkina, E. (2009). "Force", Ontology, and Language. *Physical Review – Physics Education Research*, 5, 010110, s. 1-13. APS.
- diSessa, A.A., Gillespie, N.M & Esterly, J.B. (2004). Coherence Versus Fragmentation in the Development of the Concept of Force. *Cognitive Science*, 28, s. 843-900.

- Hestenes, D., Wells, M. & Swackhamer, G. (1992). Force Concept Inventory. *The Physics Teacher*, 30(March), s. 141-158.
- Jensen, S.B. & Madsen, L.M. (2014). Nye veje til at undersøge fysikstuderendes konceptuelle forståelse af klassisk mekanik. *MONA*, 2014 (1), s. 44-58.
- Linder, C. (2009). Teaching Johansen and Learning Science: Disciplinary Knowledge and Representation. I: A. Bilsel & M.U. Garip (red.), *Proceedings of the Frontiers in Science Education Conference*, 22-24 March 2009, Farmagusta, North Cyprus. Eastern Mediterranean University Press.
- Lybeck, L., Marton, F., Strömdahl, H. & Tullberg, A. (1988). The Phenomenography of 'the mole concept' in Chemistry. I: P. Ramsden (red), *Improving learning – new perspectives* (s. 81-108). London: Kegan Paul.
- Talmy, L. (2000). *Towards a Cognitive Semantics*. MIT Press.



# Konseptuell forståelse av klassisk fysikk



Carl Angell, Fysisk institutt,  
Universitetet i Oslo

*En kommentar til “Nye veje til at undersøge fysikstuderendes konseptuelle forståelse af klassisk mekanik”, MONA 2014(1)*

## Innledning

Artikkelen, skrevet av Sofie Birch Jensen og Lene Møller Madsen, omhandler fysikkstudenterers konseptuelle forståelse av newtonsk mekanikk. Utgangspunktet er The Force Concept Inventory (FCI) som er et ofte anvendt instrument, og som brukes til å teste studenters grunnleggende forståelse i mekanikk. De to forfatterne stiller to sentrale og interessante spørsmål: Hvilken betydning har evalueringsformatet for hvilket bilde vi får av studenters konseptuelle forståelse av mekanikk? Og: Hva vil det i det hele tatt si å ha en konseptuell forståelse av mekanikk? For å undersøke disse spørsmålene, og med utgangspunkt i oppgaver fra FCI, har de gjennomført en intervjuundersøkelse basert på et sosiokulturelt evalueringsformat. De konkluderer med at “en forståelse af studerendes konseptuelle forståelse af klassisk mekanisk som at de enten er newtonsk eller ikke-newtonsk tænkende, i bedste fald er unuanceret” og de fremhever at studenters newtonske tenkning ofte er kontekstavhengig.

## Et sosiokulturelt evalueringsformat vs. et multiple choice format

FCI er en ofte anvendt multiple choice test, og den er brukt i mange land gjennom mange år, noe som indikerer at den både er reliabel og at den er av god faglig og diagnostisk kvalitet. Mange som underviser fysikk i skolen eller begynnerkursene på universiteter, bruker testen som et diagnostisk verktøy i starten av undervisningen. Formålet er altså å kunne teste (mange) studenter på kort tid på en effektiv måte, og få en oversikt og et innblikk i studentenes kunnskaper. I så måte fungerer FCI etter hensikten. Ved universitetet i Oslo har vi (Guttersrud & Angell, 2013) utviklet en pre-



test basert på FCI og en post-test med en blanding av nye oppgaver og oppgaver fra pre-testen. Dermed kan vi studere hvordan studentenes resultater endrer seg i løpet av undervisningstiden. Spørsmålet som de to forfatterne stiller, er imidlertid om FCI fanger opp nyanser i studentenes forståelse, og om den gir godt nok grunnlag for å diskutere hva det vil si å ha en konseptuell forståelse av mekanikk.

Et sosiokulturelt evalueringsformat har et helt annet utgangspunkt enn evaluering basert på multiple choice oppgaver. I et sosiokulturelt perspektiv er det intervjuer eller samtaler med noen få studenter som danner grunnlaget for å undersøke studentenes konseptuelle forståelse. Dermed kan en gå langt mer i dybden enn en kan ved å studere FCI-resultater. En kan fokusere mer på prosessen i læringssituasjonen, og ikke minst, en kan bruke samtalen eller det "å snakke fysikk" som et aktivt virkemiddel. Vi har i en undersøkelse (Henriksen & Angell, 2010) sett på betydningen av å kunne uttrykke seg verbalt i undervisningssituasjonen. Våre resultater indikerer at studenter som hadde svak forståelse uttrykte seg fragmentert og lite presist, mens de med bedre forståelse i langt større grad kunne uttrykke seg sammenhengende og bruke fagterminologien. Men kanskje viktigere, vi fant at i løpet av en samtale mellom to eller tre studenter, kunne studentene få trening i å uttrykke sin egen forståelse, og dermed utvikle et mer presist fagspråk og føre gode resonnementer. Dette er også i tråd med Mortimer og Scott (2003) som i sin bok beskriver hvordan "the talk of science classrooms and in particular on the ways in which the different kinds of interaction between teachers and students contribute to meaning making and learning". I et slikt perspektiv synes evaluering ved hjelp av multiple choice oppgaver og evaluering ved hjelp av intervjuer å utfylle hverandre, noe de to forfatterne nettopp utnytter ved å bruke FCI oppgaver som grunnlag for sine intervjuer.

## Newtonsk tekning og kontekstavhengighet

Studenters alternative forestillinger eller "misconceptions" har vært et omfattende fagdidaktisk interessefelt gjennom mange år. I litteraturen er det brukt en rekke navn eller uttrykk på ideer som studenter har og som avviker fra dagens vitenskapelige teorier og begreper. For eksempel kan begrepet "alternative framework" tolkes som en beskrivelse av at studenter har en form for helhetlig forståelsesramme som ikke er i tråd med dagens vitenskap, mens "intuitive ideer" kanskje kan oppfattes mer som at studentene kan ha mer eller mindre løsrevne eller fragmenterte ideer. Hvis vi beskriver studentenes forestillinger som "alternative" retter vi oppmerksomheten mot at de er uriktige, men samtidig at de impliserer en form for ordnet kunnskapsstruktur. Dermed kan det argumenteres for at slike forestillinger viser en form for konsistens og er uavhengig av konteksten.

Hvis vi derimot ser på studenters forestillinger som ideer som mangler den syste-

matikk som kjennetegner vitenskapelige begreper eller teorier, blir bildet noe annet. Fragmenterte forestillinger, relativt løst forbundet med hverandre, vil mangle konsistens og kan derfor endre seg fra situasjon til situasjon, altså være kontekstavhengige.

Et eksempel: Det har vist seg (se Angell et al., 2011) at mange studenter aksepterer at det bare virker to krefter på et lodd som svinger som en kjeglependel, nemlig tyngden og snorkraften. Det vi ofte kaller sentripetalkraften er altså bare en komponent av snorkraften. Hvis vi derimot spør om hvilke krefter som virker på oss når vi sitter i en bil som kjører i en sving, vil mange svare at her er det en kraft (sentrifugalkraft<sup>1</sup>) som drar oss utover. Men det er det ikke. Fra et newtonsk synspunkt er altså analysene av krefter på pendelloppet og personen i bilen ekvivalente, men i bileksempelen har studenter selv følt "kraften" som drar oss utover i svingen. Vi ser altså at forestillinger knyttet til samme fysiske fenomen kan være sterkt avhengig av konteksten.

Dette er også i tråd med Andrea diSessa (1993) som hevder at det finnes to ulike syn på det han kaller *intuitiv fysikk*. Det ene synet innebærer at man oppfatter spontant tilegnet kunnskap om den fysiske verden som en teori av omtrent samme kvalitet som vitenskapelige teorier. Dette synet innebærer at studenter kan utvikle bemerkelsesverdig velartikulerte naive teorier, og at slike naive teorier er ganske konsistente. Det andre synet innebærer ifølge diSessa at *intuitiv fysikk* tvert imot er en fragmentert samling ideer som er løst knyttet sammen og mangler helt den systematikk som kjennetegner vitenskapelige teorier. Slike fragmenterte ideer vil dermed være avhengig av den kontekst de forekommer. Lev S. Vygotsky (1987) var opptatt av det samme og hevdet at hverdagsbegreper basert på konkrete hendelser ikke er deler av et sammenhengende tankemønster. Hverdagsbegreper eller spontane begreper er usystematiske, og de er sterkt kontekstbundne.

Det finnes med andre ord støtte til Jensens og Madsens syn på studenters forestillinger som kontekstavhengige mer generelt, og for forståelse av newtonsk mekanikk spesielt. Dette kan også få konsekvenser for undervisningen. Fragmenter av noe som er riktig i elevenes mer eller mindre ustrukturerte begreper, kan utnyttes. Oppmerksomheten blir dermed rettet mot det som er riktig, og som det kan bygges videre på i undervisningen.

## Referanser

- Angell, C., Bungum, B., Henriksen, E.K., Kolstø, S.D., Persson, J., & Renstrøm, R. (2011). *Fysikkdidaktikk*. Oslo: Høyskoleforlaget.
- diSessa, A. A. (1993). Toward an Epistemology of Physics. *Cognitive Science*, 6(2 & 3).

---

1 Sentrifugalkraft gir imidlertid mening hvis vi innfører fiktivkrefter, men det er ikke tema her

- Guttersrud, O., & Angell, C. (2013). *Assessing students' understanding of the force concept in mechanics*. Paper presented at the Nordic Physics Days, Lund, Sweden.
- Henriksen, E. K., & Angell, C. (2010). The role of "talking physics" in an undergraduate physics class using an electronic audience response system. *Physics Education*, 45(3), 278-284.
- Mortimer, E. F., & Scott, P. H. (2003). *Meaning Making in Secondary Science Classrooms*. Maidenhead – Philadelphia: Open University Press.
- Vygotsky, L.S. (1987). *Thought and language*. Cambridge: Cambridge University Press.

# Talentudvikling – måske er det specialundervisning?



Nynne Afzelius, Akademiet for  
Talentfulde Unge Øst

*Kommentar til Jeppe Willads Petersen og Bjørn Friis Johannsen: Formålsdrevet talentarbejde – når talentet udvikles med et formål, MONA, 2014(1)*

At MONA bragte denne artikel, glædede mig meget. Talentaktiviteter er et felt der i høj grad er præget af en vildtvoksende skov af forskelligartede aktiviteter. Det er dejligt med lidt didaktisk funderet interesse.

Om mig selv: Omend jeg både har interesse for og baggrund i didaktik, så er jeg på dette felt praktiker. Min viden kommer primært fra mit arbejde de sidste syv år på Akademiet for Talentfulde Unge. På trods af det vover jeg pelsen og sender mine kommentarer – mest af alt fordi jeg synes emnet er vigtigt.

Indledningsvis vil jeg gerne erklære mig højlydt enig: Det er helt sikkert rigtigt at talentarbejde bør være formålsorienteret og tilpasset elevernes behov. Det gælder faktisk for al undervisning og uddannelse.

## Udbredelse

På s. 60 i artiklen står der “for en stor andel af gymnasie- og folkeskoleelevers vedkommende er dette projekt (det danske talentprojekt, red.) i dag en realitet” – her læser jeg en tro på at mange gymnasie- og folkeskoleelever deltager i talentprojekter i en eller anden form. Det er helt sikkert rigtigt at talentaktiviteter er udbredt på alle gymnasier i landet, men det er jo langt fra det samme som at en stor andel af gymnasieeleverne, for slet ikke at nævne folkeskoleeleverne, deltager i sådanne aktiviteter. Her mener jeg at der mangler data. Det er helt sikkert sådan at talentprojekter er vokset voldsomt i omfang siden 2007, men hvor mange elever kommer faktisk i berøring med et talentprojekt? Mit bud er at det stadig er en meget lille andel af den samlede elevmasse der faktisk kommer i kontakt med et talentprojekt. Og de konkrete tal er ikke så lette at skaffe, især ikke fordi en del elever deltager i flere projekter. Det kan altså

ikke blot klares ved at lægge deltagertallene sammen fra rækken af talentprojekter og dividere med det samlede antal elever – i hvert fald ikke hvis det der interesserer os, er hvor mange elever der kommer i berøring med talentprojekter. Her er bestemt et interessant felt som det ville være givtigt hvis der var nogen der ville kaste sig over.

## Smitter talent?

Om talent smitter, er omdiskuteret. Flere forskere, fx Charlotte Ringsmose (Ringsmose, 2012) og Lars Olsen (Olsen, 2005), peger på at det at gå i klasse med nogen der klarer sig godt fagligt, er en god indikator for selv at klare sig godt. Men at det er gavnligt for ens faglige niveau at gå i klasse med en der er stærk fagligt, er naturligvis ikke det samme som at det er gavnligt for ens faglige niveau at gå i klasse med en der f.eks. får hævet sit faglige niveau via et talentprogram. Hvis det skal påvises, skal der helt sikkert mere forskning til. I artiklen henvises der til NIRAS' rapport *Talentindsatsen i Danmark* (NIRAS, 2010), hvoraf det fremgår at lærere, skoleledere og forældre kun i nogen grad mener at det gavner hele klassen at enkelte elever deltager i talentaktiviteter. Det er korrekt. Men er den vigtige pointe, fra samme rapport, ikke at 60 % af lærerne nævner et stort udbytte for elevens trivsel og faglige niveau? Vel at mærke for den elev der deltager i talentaktiviteten. Hvis pointen med at lave talentaktiviteter ikke er at hæve hele klassens niveau, men er målrettet mod den enkelte elev, så er det vel det der skal måles på? Talentprogrammer skal muligvis tænkes ligesom specialundervisning: undervisning målrettet mod den enkelte elev og på netop den elevs niveau. Der er vel heller ingen forventning om at ordblindeundervisning giver en effekt for resten af klassen, men derimod at det har en effekt for de elever der modtager det.

## Motivation og udvælgelse

Blandt dem der udbyder talentaktiviteter, er der en klar forventning om at der blandt de utilpassede og/eller skoletrætte elever er en vis mængde talentfulde elever – dem der, om ikke fysisk, så i hvert fald mentalt, ligger og sover på bagerste række fordi niveauet og tempoet er for lavt. Det forhold italesætter ScienceTalerne, og det gør vi tilsvarende på Akademiet for Talentfulde Unge. Og jeg er fuldstændig enig i at der er en vis risiko for at disse elever overses, hvis fokus er på motivation. Men i artiklen stipuleres det at det også kan være problematisk i forhold til elever der selv melder sig til talentprogrammer. På Akademiet er det vores erfaring at det forholder sig omvendt. Det er netop når man giver eleverne mulighed for selv at melde sig til aktiviteterne, at nogle af de mentalt sovende elever dukker op og melder sig selv. Disse elever vil ofte blive overset hvis indstillingen kun kører gennem læreren. Men netop når der er

en mulighed for at melde sig selv til, ser vi en andel af de elever dukke op. Dette ikke for at sige at problemet med elever der allerede har mistet motivationen, er løst, men blot for at gøre opmærksom på at en andel af de elever faktisk kan vækkes, bl.a. hvis de selv har mulighed for at melde sig til.

## Kategorisering af talentaktiviteter

I forhold til opdelingen af talentaktiviteterne synes jeg at det er en god og meningsfuld opdeling Petersen og Johannsen stiller op. Interesseaktiviteter, talentudvikling og talentpleje er tre fine kategorier der på udmærket vis dækker feltet. Det kunne dog nævnes at det set fra elevernes synsvinkel nok ser noget anderledes ud. Her tror jeg at det giver mere mening at dele aktiviteterne efter om de er flerfaglige eller særfaglige, dvs. om de satser på brede kompetencer og udfordringer inden for mange forskellige fag, eller om de nærmere går efter udfordringer inden for et specifikt område eller fag. Tilsvarende gør det også, for eleverne, en stor forskel om aktiviteten er konkurrencebaseret eller ej. For en del elever er det konkurrencemindede en stor og vigtig drivkraft, men for en anden gruppe af eleverne virker det lige modsat. Når vi tænker i et varieret udbud af talentaktiviteter, er det således vigtigt at vi har os for øje at der både bør findes flerfaglige og særfaglige tilbud, og tilsvarende at der både bør findes tilbud der baserer sig på konkurrence, og tilbud der ikke gør. Dette for at sikre at der er talenttilbud der passer til alle talentfulde elevtyper.

## Talentfabrikker uden aftagere?

Mest bekymret bliver jeg når jeg når til afsnittet om talentfabrikker uden aftagere. Helt præcist følgende: "Det er ikke helt urimeligt at være bekymret over talentaktiviteter der primært fokuserer på at deltagernes viden øges. (...) Der hvor problematikken opstår, er når deltagerne tilbage på deres uddannelsesinstitutioner opdager at de enten ikke skal bruge deres nye viden til noget, eller at det alligevel, måske i en anden form, var en del af læreplanen." (s. 68). Her må jeg sige at jeg er lodret uenig. Mest af alt i den grundlæggende præmis: at hvis viden ikke direkte skal bruges til noget, så er det et problem. Utrolig meget viden kan ikke umiddelbart bruges til noget. Sådan er det i forskning såvel som i undervisning. Blandt vores elever viser en nyligt gennemført evaluering netop at det er en af de primære drivkræfter. Rådgivnings- og analysefirmaet Wilke har netop gennemført en ekstern evaluering af hvad vores tidligere elever siger om deres oplevelser på Akademiet. Undersøgelsen er gennemført som fokusgruppeinterviews hvor deltagerne også på forhånd var blevet bedt om at besvare en række kvalitative spørgsmål skriftligt. Wilke konkluderer: "Den intellektuelle stimulering og de faglige udfordringer, som gymnasiet ikke altid leverer,

men som Akademiet står for opleves som inspirerende og motiverende” (Wilke, 2014, s. 15). Eleverne er faktisk begejstrede for mere viden! Naturligvis er de også glade for opøvelse af nye færdigheder og kompetencer, men samme rapport fra Wilke peger faktisk på at vi på Akademiet har at gøre med forskellige elevtyper der bl.a. kan deles efter om de er interesserede i konkrete værktøjer og kompetencetræning, eller om de nærmere er interesserede i mere bred viden med karakter af almen dannelse. Det er vigtigt at der også findes tilbud til begge typer. Og naturligvis er det vigtigt at forholde sig til hvor de talentfulde elever skal hen når de skal videre – men det er også talentudvikling at være med til at højne niveauet undervejs og helt enkelt at sikre at alle elever indimellem skal opleve at stå på tæer. Hvis de dygtigste elever ikke undervejs i deres uddannelse møder udfordringer, møder viden eller erkendelser der ikke er umiddelbart tilgængelige, eller møder ting der gør modstand, så får de aldrig udfoldet deres fulde potentiale. Dette er hovedformålet for mange af de igangværende talentaktiviteter: at udfordre de fagligt stærkeste elever. Fordi alle elever har ret til at udfolde deres fulde potentiale.

Læs meget mere om Akademiet for Talentfulde Unge på [www.ungetalenter.dk](http://www.ungetalenter.dk).

## Referencer

- NIRAS. (2010). *Talentindsatsen i Danmark*. København: Undervisningsministeriet.
- Olsen, L. (2005). *Det delte Danmark*. Gyldendal.
- Ringsmose, C. (2012). Kammeratskabseffekter og den vanskelige sociale ulighed. *Pædagogisk Psykologisk Tidsskrift*, 49(6), s. 438-444, 457.
- Wilke. (2014). *Akademiet for Talentfulde Unge. Rapport baseret på kvalitativ undersøgelse af 30 deltagere fra årgangene 2007-2010*. Eva Elisabeth Roland, Wilke. Ikke offentliggjort.



# Litteratur

I denne sektion bringes anmeldelser af og notitser om nye bøger, rapporter og andre væsentlige ressourcer inden for det matematik- og naturfagsdidaktiske felt. Læsere opfordres til at kontakte redaktionen med henblik på at få bragt anmeldelser og notitser. Indlæg er ikke genstand for peer-review.

# Besøg et mangehovedet uhyre: Matematikkens videnskabsteori



Mogens Niss, IMFUFA/NSM  
Roskilde Universitet

*Anmeldelse af Mikkel W. Johansen og Henrik K. Sørensen: Invitation til matematikkens videnskabsteori. Frederiksberg: Samfundslitteratur. 2014*

Titlen "Invitation til matematikkens videnskabsteori" er velvalgt og dækkende for bogens intentioner og indhold. Forfatterne, der har baggrund i såvel matematik som henholdsvis matematikkens filosofi (Johansen) og historie (Sørensen), inviterer på en letlæst ekskursion til forskellige aspekter og problemstillinger vedrørende matematikkens videnskabs-teori. De inviterede er primært personer med interesse for disse anliggender samt en baggrund i indledende universitetsmatematik. Det vil i første række sige matematikstuderende og -lærere på forskellige niveauer, men bogens tekniske forudsætninger er ikke større end at tilstrækkeligt interesseret læsere med anden videregående baggrund, ikke mindst fra matematikkens nabofag, vil kunne få udbytte af bogen. Ifølge forfatterne (s. 12)



burde "matematik" i titlen måske have været erstattet med "de matematiske fag" der også omfatter statistik og datalogi. De har andre genstandsfelter end matematikken, men siges at betjene sig

af de samme metoder (s. 24). Bogen lægger sig altså op ad en bred snarere end en snæver afgrænsning af disciplinen matematik.

Efter indledningskapitlet, "Invitation til matematikkens videnskabsteori" – hvor forfatterne med henvisning til eksistensen af meget forskellige syn på matematik fremlægger de filosofiske, historiske og sociologiske tilgange som anlægges i bogen – er bogen inddelt i tre dele, med i alt tolv kapitler. Disse dele har overskrifterne "Matematikens grundlag som filosofisk problem" (del I, i alt 87 sider), "Matematikens udvikling og praksis" (del II, i alt 61 sider) og endelig "Matematikens sociale organisering og samfundsansvar" (del III, i alt 74 sider). Opbygningsmæssigt og stilistisk er de tre dele noget inhomogent affattet. Det kommer jeg tilbage til nedenfor.

Del I, bogens længste, giver en introduktion til forskellige mere eller mindre velkendte matematikfilosofiske positioner: Oprindelig og moderne platonisme, empirisme (navnlig af britisk tilvirkning) samt logicisme, intuitionisme og formalisme som forskellige svar på matematikkens grundlagskrise omkring forrige århundredeskifte. Kants almene og matematikspecifikke filosofi, der af forfatterne kaldes konstruktivistisk, vies et særligt kapitel (4). I kapitel 5 om grundlagskrisen gives den udmærkede karakterisering (s. 86-87) af forskellen mellem på den ene side intuitionister og på den anden side formalister og logicister at intuitionisterne vil(le) lade det logisk-filosofiske grundlag bestemme hvilke matematiske

resultater der gælder, mens de øvrige skoler søger et grundlag der kan lede frem til de resultater matematikere anser for gældende. Del I afsluttes med et kapitel (6) om intet mindre end "Menneskets natur og matematikken" som drøfter darwinisme, kognition og matematik som sociale institutioner. Ved afslutningen af hvert af kapitlerne tilbyder forfatterne en pro et contra-diskussion og vurdering af de beskrevne positioner. Det er karakteristisk for del I at der i højere grad er tale om de forestillinger om matematikkens grundlag man kan finde hos filosoffer og logikere (Platon, Aristoteles, Hume, Kant, Stuart Mill, Frege, Russell, Gödel) end hos praktiserende matematikere (hvor dog Cantor, Kronecker, Brouwer, Poincaré, Hilbert, Bourbaki-gruppen omtales). I betragtning af at det er forfatternes synspunkt at matematikeres ontologiske standpunkter *bestemmer*, og ikke blot påvirker, deres forskningspraksis (s. 39-40), ville det have været interessant at få gennemgået nogle "dagligdags" eksempler på samspillet mellem "almindelige", konkrete matematikeres ontologiske positioner og deres forskningsmæssige praksis.

Kapitel 6 adskiller sig fra de øvrige i første del (med undtagelse af Kant-kapitlet) ved at præsentere teoridannelser der til lægger mennesket en medfødt basal matematisk viden, enten på et darwinistisk grundlag (s. 98-101) eller på et neuro-kognitivt grundlag (som hos Lakoff & Nuñez og Dehaene, s. 100-107), hvor kognition, herunder matematisk kognition, ses som indlejret i kroppen og dens samvirke med omgivelserne. Kapitlet slutter med en

kort omtale af socialkonstruktivistiske teorier (à la Bloor) der specificerer matematik som hverken andet eller mere end en samling sociale institutioner hvis regelsætning bestemmer hvad der skal gælde som acceptabel matematik.

Præsentationerne er informative og let tilgængelige både når det gælder generelle filosofiske anliggender og mere matematikfilosofiske spørgsmål. De er også ledsaget af nogle velvalgte illustrerende eksempler. Forfatternes kommentarer til de positioner der behandles, forekommer i hovedsagen rimelige, men ægger her og der til modsigelse, hvilket vel ikke er så dårligt.

Det første af kapitlerne (7) i del II bærer titlen "Matematikens udvikling". Det fokuserer først på fysikeren Kuhns teori om videnskabelige revolutioner og paradigmeskift og diskuterer om teorien kan bruges på matematik (s. 119), ved at se nærmere på tre kandidater til videnskabelige revolutioner: fremkomsten af irrationale tal, ikkeeuklidisk geometri samt Brouwers intuitionisme. Forfatterne konkluderer at ingen af disse udgør egentlige eksempler på videnskabelige revolutioner inden for matematikken, men at Brouwers intuitionisme ville have skabt en revolution hvis den havde sat sig igennem. Kapitlet går derefter over til at præsentere Lakatos' fremstilling af matematikkens udvikling som en iterativ kæde af "proofs and refutations" (s. 128) hvorefter det afsluttes med forfatternes opsamlende kommentarer til Kuhn og Lakatos. Det korte kapitel 8, "Heuristik: Hvordan løses matematiske problemer", spørger

hvor de matematiske ideer kommer fra, både når det gælder resultater og beviser for dem. Det fører over i en behandling af matematisk heuristik med særlig vægt på Polyas kendte (normative) strategi for problemløsning samt på brugen af symbolske og grafiske repræsentationer af matematiske objekter og processer. Forfatterne tilbyder (s. 141-145) en idealtypisk beskrivelse af matematikeres problemløsningstiltag. Del II afsluttes med kapitel 9, "Bevisbegrebet", hvor især ændringer gennem tiden af standarder for matematiske beviser er på dagsordenen. Den principielle og praktiske vanskelighed (for ikke at sige umulighed) ved at opretholde en bogstaveligt set formel bevisstandard får forfatterne til at anskue beviser som et i bund og grund kommunikativt anliggende. Betragtningerne er ledsaget af gode illustrerende eksempler, fx det computerstøttede bevis for firefarvesætningen og Wiles' bevis for Fermats sidste sætning.

Del III er bogens mest heterogene. Der lægges ud med en omtale af matematiske modeller og matematiks anvendelighed i kapitel 10, med udgangspunkt i forfatternes synspunkt: "Det er langt fra uproblematisk at benytte matematik til beskrivelse af virkelige fænomener" (s. 176). Synspunktet illustreres med den såkaldte sandwichmodel for aldersbestemmelse af iskerner der danner grundlag for en skelnen mellem fænomenologiske (datadrevne) og teoretiske (deduktive) modeller (s. 182). Også det klassiske spørgsmål om hvoraf det kommer at matematik overhovedet kan

bruges til noget uden for sine egne rammer, vies opmærksomhed. Økonomiske modeller gives en særligt kritisk behandling, som følges op i kapitel 13 hvor det diskuteres om det er moralsk forsvarligt at arbejde med økonomiske (eller andre) modeller hvis brug kan få afgørende betydning for menneskers liv. Der spørges ligefrem om det er moralsk forsvarligt for en matematiker at tage arbejde i finanssektoren. Forfatterens svar er ikke entydigt. Forud for det kommer kapitel 11 om matematik i det offentlige rum som på få sider behandler matematikkens image, begrundelserne for matematikundervisning og matematikkens og statistikens rolle i demokratiet, og kapitel 12 der skitserer og diskuterer matematikkens institutioner (især publikationsinstitutionen) og sociale organisering. Bogen afsluttes med en drøftelse af matematikkens og matematikeres etiske ansvar, delvis med udgangspunkt i de etiske regelsæt for professionen som de europæiske og amerikanske matematiske foreninger opererer med. Forfatterne fremsætter det synspunkt at man ikke som udøver af matematik kan unddrage sig passivt eller aktivt etisk ansvar for den måde hvorpå man udøver sin profession.

I hovedsagen er Johansens og Sørensens bog en god bog, ikke mindst i forhold til målgruppen af interesserede, men ikke specielt videnskabsteoretisk kyndige læsere. En mængde forskellige, men vigtige problemstillinger og temaer behandles på en appellerende og overskuelig måde, med rimelige indføringer i de grundlæggende begreber man støder

på undervejs. For den erfarne læser rummer bogen næppe så meget nyt i forhold til lignende danske og udenlandske bøger, måske bortset fra i nogle af de eksempler der støtter fremstillingen.

Når det er sagt, kommer man ikke uden om at der også er grund til at fremføre en række kritikpunkter. Alt andet ville også være mærkeligt med en bog om et så mangelhovedet uhyre som matematikkens videnskabsteori der rummer dybe og svære problemer med potentiale for alvorlige kontroverser. Jeg skal indskrænke mig til at fremføre mine vigtigste indvendinger.

Min hovedkritik af del I er at forfatterne ikke giver en ordentlig diskussion af hvad det vil sige at matematiske begreber og objekter eksisterer. Fremstillingen koncentrerer sig i stedet om *hvor* de i givet fald eksisterer, i en platonisk idéverden eller i den fysiske verden. Bogen kommer derved til at fremme den ofte sette sammenblanding af spørgsmålet om sandheden af en matematisk påstand med spørgsmålet om den uafhængige eksistens af de begreber/objekter som påstanden angår. Det vil selvsagt være urimeligt at forlange at forfatterne skulle rydde op og skabe klarhed i denne vanskelige diskussion, men en omtale af problemstillingen ville ikke have været uden for rækkevidde. Jeg kunne også have ønsket mig en begrundelse for at omtale Kants (matematik)filosofi som konstruktivistisk når nu hans synspunkt var at alle mennesker på grund af vores kognitive udstyr må tænke ens om matematik, mens konstruktivisternes synspunkt



tværtimod er at vi i kraft af vores forskellighed i udgangspunktet må tænke forskelligt om alting, herunder matematik.

Del III fremstår som bogens svageste, simpelthen fordi den vil alt for meget om alt for store emner på en alt for lille plads. Det gør fremstillingen skitseagtig og overfladisk selv om der også her er gode enkeltafsnit. At karakterisere den før-omtalte sandwichmodel som deduktivt udledt (s. 178) forekommer helt mærkværdigt eftersom den er stærkt idealiseret og let kunne være anderledes på de gjorte forudsætninger. Omtalen af makroøkonomiske modeller (s. 184-187) er særdeles kortfattet, ikke mindst i forhold til de markante konklusioner der lægges op til. Forfatterne foreslår (s. 189-190) at matematikkens effektivitet i omgangen med naturvidenskab kan forklares ved at "naturvidenskaben har valgt at beskæftige sig med fænomener der i udgangspunktet er matematicerbare (sic!)". Det må vist kaldes en cirkelforklaring, for hvoraf kommer det at der findes naturmæssige fænomener som er matematiserbare? Kapitel 11 afvikler på 16 sider en diskussion af matematikundervisningens begrundelsesspørgsmål og brug og misbrug af matematik og statistik i samfundet. Kapitel 13 bliver rent ud moraliserende, og forfatterne forbrug af ord som "bør", "må" og andre udtryk for etiske fordringer bliver lovlig omfattende. Diskussionen om (andres) forsknings- og professionsetik rummer megen politisk korrekthed og hæver sig ikke meget over hvad man kan finde i en avis-kronik. Her ser det ud til at være gået for stærkt for forfatterne.

Afslutningsvis et par ord om bogens litteraturreferencer. Bogen bygger på en bred og omfattende læsning af forskellige artikler og bøger om de berørte emner. Det er naturligvis helt umuligt for en bog som denne at være blot nogenlunde dækkende i sit litteraturvalg. Til gengæld kunne referencerne meget vel være balance-rede og repræsentative i forhold til den eksisterende litteratur om de behandlede temaer. Her springer tre forhold i øjnene. Profilen for den benyttede litteratur er ganske inhomogen. Således er nogle aspekter (fx de matematikfilosofiske) langt grundigere dækket end andre (fx de matematiksociologiske og -undervisningsmæssige). Dernæst får man indtryk af at litteraturlisten ikke er skabt – og udnyttet – ud fra en bevidst bestræbelse på en systematisk og balanceret dækning. Den ligner snarere en foreningsmængde af de litteraturlister forfatterne har i skuffen, hvilket giver et vist indtryk af tilfældighed. Endelig er det næppe optimalt i en litteraturliste på 160 numre (hvis jeg da har talt rigtigt) at inkludere 10 af forfatterne egne tekster, hvoraf nogle endda endnu ikke er publiceret, ikke mindst når det sker på bekostning af sælsomme udeladelser, fx af vigtige bøger af Körner, Hersh, Kitcher og Davis & Hersh.

Denne anmeldelse skal slutte på en positiv tone. På trods af de ovenfor rejste – og andre – indvendinger er der tale om en fortrinlig bog som i høj grad lever op til sit formål i forhold til den tænkte målgruppe. Den være hermed anbefalet til samme.